

ສຶກສາການຄິດດ້ານຄະນິດສາດກ່ຽວກັບການບວກເລກສ່ວນທີ່ມີພຸດຕິກັນ ແລະ ຕ່າງກັນຂອງນັກສຶກສາສາຍຄູອະນຸ ບານ, ວິທະຍາໄລຄຸຄັງໄຂ

ສົມໝາຍ ສິງພະຈັນ*, ສົມລັດ ວິລະວົງສາ, ແສງຄຳ ວຽງທະລາ, ບຸນແພງ ດາລາວົງ, ສຸລິຍາ ພັດກົມຄຳ

ພາກວິຊາຄະນິດ-ຟີຊິກ, ວິທະຍາໄລຄຸຄັງໄຂ

ບົດຄັດຫຍໍ້

ການສຶກສາຄັ້ງນີ້ມີຈຸດປະສົງເພື່ອ (1) ສຳຫຼວດແນວຄວາມຄິດດ້ານຄະນິດສາດຂອງນັກສຶກສາຄູອະນຸບານຕໍ່ກັບການບວກເລກສ່ວນທີ່ມີພຸດຕິກັນ ແລະ ຕ່າງກັນ ແລະ ເພື່ອ (2) ໄຈ້ແຍກຄວາມເຂົ້າໃຈຂອງນັກສຶກສາຄູອະນຸບານຕໍ່ກັບການບວກເລກສ່ວນທີ່ມີພຸດຕິກັນ ແລະ ພຸດຕ່າງກັນ. ກຸ່ມຕົວຢ່າງແມ່ນນັກສຶກສາຄູສາຍອະນຸບານປີທີ 1 ລະບົບ 12+2 ຈຳນວນ 58 ຄົນ. ການວິໄຈຄັ້ງນີ້ແມ່ນການວິໄຈແບບຄຸນນະພາບ ເຊິ່ງເນັ້ນໜັກການວິເຄາະໃບກົດຈະກຳ ແລະ ຄຳອະທິບາຍຂອງນັກສຶກສາທີ່ເຮັດວຽກເປັນກຸ່ມ. ຜົນການວິໄຈພົບວ່າ ນັກສຶກສາຄູອະນຸບານປີທີ 1 ລະບົບ 12+2 ມີແນວຄວາມຄິດດ້ານຄະນິດສາດທີ່ຫຼາກຫຼາຍ. ພວກເຂົາຍັງເຂົ້າໃຈຜິດກ່ຽວກັບຂະບວນການຄຳນວນ ແລະ ແນວຄວາມຄິດ (ມະໂນພາບ) ຂອງການບວກເລກສ່ວນທີ່ມີພຸດຕິກັນ ແລະ ເລກສ່ວນທີ່ມີພຸດຕ່າງກັນ. ນັກສຶກສາຍັງປະຕິບັດການຄຳນວນຄືກັນກັບການບວກຈຳນວນຖ້ວນໃຫ້ຈຳນວນຖ້ວນ. ເຂົາເຈົ້າຍັງບໍ່ເຫັນການພົວພັນກັນລະຫວ່າງຈຳນວນພຸດກັບພຸດ. ສຳລັບການວິໄຈຄັ້ງຕໍ່ໄປແນະນຳໃຫ້ລົງເລິກແນວຄິດດ້ານຄະນິດສາດເປັນລາຍບຸກຄົນ ແລະ ນຳໃຊ້ວັດຖຸຈິງໃຫ້ນັກສຶກສາບວກເລກສ່ວນທີ່ມີພຸດຕິກັນ ແລະ ຕ່າງກັນ. ນອກນັ້ນຍັງແນະນຳໃຫ້ຄູ່ສອນເນັ້ນໜັກເຖິງຄວາມສຳພັນກັນລະຫວ່າງຈຳນວນພຸດ ແລະ ພຸດ ແລະ ການທຽບເທົ່າກັນຂອງເລກສ່ວນຕື່ມອີກ.

ຄຳສັບສຳຄັນ: ແນວຄິດດ້ານຄະນິດສາດ, ການບວກເລກສ່ວນ, ຄວາມເຂົ້າໃຈດ້ານແນວຄວາມຄິດ, ຄວາມເຂົ້າໃຈດ້ານຂະບວນການ.

*ໃບຕໍ່ພົວພັນ: ສົມໝາຍ ສິງພະຈັນ, ໂທ: 020 28664455; ອີເມວ: sommay_ttc@yahoo.com

Pre-Service Kindergarten Teachers' Mathematical Thinking on Adding Fractions with the Like and Unlike Denominators at Khangkhay Teacher Training College

Sommay Shingphachanh*, Somlath Vilavongsa, Sengkham Viengthala, Bounphaeng Dalavong, Souliya Phatkomkham

Faculty of Mathematics - Physics, Khangkhay Teacher Training College

Abstract

The objectives of this study are to (1) explore pre-service kindergarten teachers' mathematical thinking in adding fractions with like and unlike denominators, and (2) identify their mathematical understanding of adding fractions with like and unlike denominators. The sample of the study consists of 58 first-year pre-service kindergarten teachers enrolled in the 12+2 system. This research relies on qualitative data obtained from analyzing student teachers' group worksheets and their explanations. The results revealed that pre-service kindergarten teachers have different ways of thinking about adding fractions. They are likely to misunderstand both the procedural and conceptual aspects of adding fractions with like and unlike denominators. Many still operate on fractions as if they were whole numbers and fail to recognize the relationship between numerators and denominators. This study suggests further research into individual pre-service kindergarten teachers' mathematical thinking using real teaching materials focused on adding fractions with like and unlike denominators. Emphasizing the relationship between numerators, denominators, and the concept of equivalency is crucial for effective teaching and learning of fractions.

Key words: Mathematical thinking, Adding fractions, procedural understanding, conceptual understanding

*Correspondence: Sommay Shingphachanh; Tel: 020 28664455; Email: sommy_ttc@yahoo.com

1. ພາກສະເໜີ

1.1 ຄວາມເປັນມາ ແລະ ຄວາມສໍາຄັນຂອງບັນຫາ

ລັດຖະບານຂອງ ສປປລາວ ກໍ່ຕົກະຊວງສຶກສາທິການ ແລະ ກິລາໄດ້ເນັ້ນໃຫ້ຄູ, ໂດຍສະເພາະຄູສອນປະຖົມ, ດໍາເນີນ ການຮຽນ-ການສອນໂດຍເອົານັກຮຽນເປັນໃຈກາງ. ຄູເປີດໂອ ກາດນັກຮຽນໄດ້ຄິດຊອກຫາຄໍາຕອບດ້ວຍຕົນເອງ ແລະ ອະທິ ບາຍແນວຄວາມຄິດຕາມຄວາມເຂົ້າໃຈຂອງຜູ້ຮຽນເອງ. ສໍາລັບວິ ຊາຄະນິດສາດແລ້ວ ປຶ້ມແບບຮຽນຂອງຫຼັກສູດປະຖົມໃໝ່ທີ່ ໄດ້ເລີ່ມໃຊ້ແຕ່ປີ 2017 ເປັນຕົ້ນມາກໍ່ໄດ້ລະບຸໃຫ້ເຫັນຈະແຈ້ງ ກ່ຽວກັບການຮຽນ-ການສອນທີ່ເນັ້ນໃຫ້ຜູ້ຮຽນໄດ້ປະຕິບັດຕົວຈິງ ພ້ອມກັບອະທິບາຍວິທີການຂອງຕົນເອງໃຫ້ໝູ່ພຶງໃນຫ້ອງ ແລະ ຄູເອງກໍ່ພະຍາຍາມໃຊ້ວິທີສອນແບບແກ້ໄຂບັນຫາຕາມ 5 ບາດ ກ້າວທີ່ລະບຸໄວ້ໃນປຶ້ມຄູ່ມືຄູເຊັ່ນ: (1) ນັກຮຽນເຂົ້າໃຈບັນຫາ, (2) ແກ້ໄຂບັນຫາດ້ວຍຕົນເອງ, (3) ປຽບທຽບແນວຄວາມຄິດ ຂອງນັກຮຽນ ແລະ ສິນທະນາ, (4) ແກ້ບິດຝຶກຫັດ ແລະ (5) ສະຫຼຸບບິດຮຽນ (ກະຊວງສຶກສາທິການ ແລະ ກິລາ, 2020, ໜ້າ 8). ການຈັດການຮຽນ - ການສອນແບບດັ່ງກ່າວນີ້ສະແດງໃຫ້ ເຫັນເຖິງການໃຈໃສ່ຕໍ່ຄວາມເຂົ້າໃຈຂອງຜູ້ຮຽນຕໍ່ກັບບິດເລກ

ຕ່າງໆ. ໃນການຈັດການຮຽນ - ການສອນວິຊາຄະນິດສາດ, ໜຶ່ງ ໃນບິດຮຽນທີ່ຍາກສໍາລັບນັກຮຽນແມ່ນເລກສ່ວນ ເຊິ່ງພວກເຂົາ ຍັງມີຄວາມສັບສົນຫຼາຍ ເພາະວ່າເລກສ່ວນເປັນຈຳນວນທີ່ເປັນ ນາມມະທໍາ ເຊິ່ງຜູ້ຮຽນຈຳນວນຫຼາຍຍັງບໍ່ເຂົ້າໃຈດີ (ລັກສະນາ ຕົ້ນຈັນ, ນະລິມົນ ຊ່າງສີ ແລະ ກຽດຕິ ແສງອາລຸນ, 2017). ຍ້ອນ ຄວາມຍາກດັ່ງກ່າວຈຶ່ງເຮັດໃຫ້ຜູ້ຮຽນມີການເຂົ້າໃຈຜິດ ແລະ ມີ ຄວາມຜິດພາດໃນເວລາຄຳນວນເລກສ່ວນ. ນັກຮຽນມັກເຂົ້າໃຈ ຜິດດ້ວຍການເອົາຄູນລັກສະນະຂອງເລກຈຳນວນຖ້ວນມາໃຊ້ກັບ ເລກສ່ວນ. ຂໍ້ຜິດພາດຂອງນັກຮຽນທີ່ເຫັນທົ່ວໄປແມ່ນການຄຳ ນວນເຊັ່ນ: $1/5 \times 3/5 = 3/5$ ຫຼື $1/3 + 1/4 = 2/7$ (Siegler et al., 2013). ນັກຮຽນປະຕິບັດການຄຳນວນຄືກັນກັບຈຳນວນ ຖ້ວນ, ຈຳນວນພຸດ ແລະ ພຸດແຍກກັນຄຳນວນຢ່າງເປັນເອກະ ລາດໂດຍທີ່ບໍ່ເຫັນການພົວພັນຂອງມັນ (Ubah & Bansilal, 2018).

ສໍາລັບນັກສຶກສາຄູ ໂດຍສະເພາະທີ່ກໍາລັງສຶກສາໃນວິ ທະຍາໄລຄູ ກໍ່ພົບຄວາມຫຍຸ້ງຍາກໃນການຮຽນຮູ້ກ່ຽວກັບເລກ ສ່ວນເຊັ່ນດຽວກັນ. ເຖິງວ່ານັກສຶກສາຄູໄດ້ຮຽນເລກສ່ວນຢູ່ຊັ້ນ ປ.2, ປ.4, ປ.5, ແລະ ມ.2 ຕາມຫຼັກສູດໃນສາຍສາມັນ, ນັກສຶກ ສາຄູຍັງເຮັດບໍ່ໄດ້ດີ ແລະ ບໍ່ເຂົ້າໃຈຄວາມໝາຍຂອງເລກສ່ວນ.

ຈາກການສັງເກດຂອງຄູປະຈຳວິຊາຄະນິດສາດພົບວ່າ ພວກເຂົາບໍ່ສາມາດແບ່ງສ່ວນຂອງຮູບແຕ້ມໄດ້ຕາມຈຳນວນເລກສ່ວນ $\frac{1}{2}$ ແລະ $\frac{2}{3}$ ທີ່ຄູໃຫ້ຢ່າງຖືກຕ້ອງ. ການລະບາຍສີຂອງເຂົ້າເຈົ້າບໍ່ມີການພົວພັນກັບເລກສ່ວນ. ນີ້ສະແດງໃຫ້ເຫັນວ່າຄວາມສຳນຶກ ແລະ ຄວາມເຂົ້າໃຈທາງດ້ານແນວຄວາມຄິດຂອງເລກສ່ວນສຳລັບນັກສຶກສາສາຍອະນຸບານຍັງເປັນບັນຫາພື້ນຖານທີ່ຈະຕ້ອງໄດ້ປັບປຸງໃນວິຊາຄະນິດສາດ. ຜົນງານການຄົ້ນຄວ້າຂອງນັກວິໄຈຫຼາຍທ່ານກ່ຽວກັບນັກສຶກສາຄູ, ໂດຍສະເພາະກ່ຽວກັບເລກສ່ວນ, ກໍ່ມີການຄົ້ນພົບຫຼາຍປະເດັນ. Newton (2008, ອ້າງໃນ Lovin, Stevens, Siegfried, Wilkins & Norton, 2018) ວິເຄາະການເຂົ້າໃຈຜິດໃນການຄິດໄລ່ເລກສ່ວນຂອງນັກສຶກສາຄູໃນການບວກ ແລະ ລົບເລກສ່ວນ ພົບວ່າ ຄວາມເຂົ້າໃຈຜິດສ່ວນຫຼາຍແມ່ນເກີດຈາກການຄຳນວນຜິດກ່ຽວກັບຈຳນວນພຸດ ແລະ ພຸດອັນສິ່ງຜິດກະທົບໃຫ້ການຄູນ ແລະ ການຫານເລກສ່ວນ ມີບັນຫາ. ຕົວຢ່າງ $2/15 \times 7/15 = 14/15$ ເຊິ່ງນັກສຶກສາ $1/4$ ຂອງຈຳນວນ 85 ຄົນ ໃຊ້ວິທີການຄິດໄລ່ດັ່ງກ່າວ. Osana and Royea (2011, ອ້າງໃນ Lovin, Stevens, Siegfried, Wilkins & Norton, 2018) ເຮັດການວິໄຈກັບນັກສຶກສາຄູປະຖົມຈຳນວນ 15 ຄົນໂດຍໃຫ້ນັກສຶກສາຂຽນໂຈດບັນຫາກ່ຽວກັບບົດເລກ $4/5 - 1/2$ ເຫັນວ່າ ນັກສຶກສາຈຳນວນ 13 ຄົນມີຂໍ້ຜິດພາດເຊິ່ງບົດໂຈດສ່ວນຫຼາຍແມ່ນນັກສຶກສາເວົ້າເຖິງການຄູນເລກສ່ວນແທນທີ່ຈະເວົ້າເຖິງການລົບເລກສ່ວນ. Tirosh (2000) ພົບວ່ານັກສຶກສາຄູມີກົນໄກຄວາມເຂົ້າໃຈກ່ຽວກັບເລກສ່ວນແຕ່ພວກເຂົາບໍ່ຄ່ອຍໄດ້ໃຊ້ຊຸກຍູ້ຊ່ວຍເຫຼືອນັກຮຽນຂອງພວກເຂົາພັດທະນາຄວາມຮູ້ທາງດ້ານແນວຄິດທີ່ຕິດພັນກັບບັນຫາເລກສ່ວນທີ່ກ່ຽວຂ້ອງກັບການຫານ. ຄວາມເຂົ້າໃຈຜິດທີ່ສຳຄັນແມ່ນການຈັດລຽງເລກສ່ວນໂດຍການເນັ້ນໃສ່ແຕ່ຈຳນວນພຸດ ຫຼື ພຸດແຕ່ຢ່າງດຽວ. Burgos & Godino (2020) ວິໄຈການແກ້ເລກຂອງນັກສຶກສາຄູກ່ຽວກັບການໃຫ້ເຫດຜົນທາງດ້ານອັດຕາສ່ວນ (proportional reasoning) ພົບວ່າ ນັກສຶກສາຄູມີຄວາມຫຍຸ້ງຍາກໃນການເຂົ້າໃຈສະຖານະການຂອງໂຈດບັນຫາ, ແນວຄວາມຄິດຂອງບັນຫາ, ຂັ້ນຕອນການຄິດໄລ່ ແລະ ພາສາສັນຍາລັກ. ນັກສຶກສາຄູສ່ວນຫຼາຍໜັ້ນໃຈແຕ່ໃຊ້ວິທີຄູນໄຂ່ວເພື່ອແກ້ເລກອັດຕາສ່ວນດັ່ງກ່າວ. ເຊິ່ງໃນຄວາມເປັນຈິງແລ້ວມັນມີຫຼາຍວິທີທີ່ສາມາດໃຊ້ແກ້ບົດເລກດັ່ງກ່າວເຊັ່ນ: ແກ້ດ້ວຍການໃຊ້ຮູບພາບ, ແກ້

ດ້ວຍການບວກເພີ່ມ, ການໃຊ້ອັດຕາຕ່ຳໜຶ່ງໜ່ວຍ, ການປ່ຽນໂຕປະກອບ ແລະ ການຄູນໄຂ່ວ (ຂວັນ ເພຍຊ້າຍ ແລະ ພິນຍາພັນຮ່ວມຊາດ, 2011).

ຈາກຄວາມຫຍຸ້ງຍາກຂ້າງເທິງດັ່ງກ່າວ ແລະ ການຄົ້ນຫາຂໍ້ມູນຕົວຈິງ ເຫັນວ່າຍັງບໍ່ມີການສຶກສາໃດເຈາະຈົງແນວຄິດຂອງນັກສຶກສາຄູສາຍອະນຸບານໃນປະເທດລາວ ອັນເຮັດໃຫ້ຄະນະຜູ້ສຶກສາມີຄວາມສົນໃຈສຶກສາແນວຄວາມຄິດ ແລະ ຄວາມເຂົ້າໃຈຂອງນັກສຶກສາຄູອະນຸບານກ່ຽວກັບເລກສ່ວນ ໂດຍສະເພາະແມ່ນການບວກເລກສ່ວນທີ່ມີພຸດຕິກັນ ແລະ ພຸດຕ່າງກັນ.

1.2. ຄຳຖາມຂອງການຄົ້ນຄວ້າ

1. ແນວຄວາມຄິດດ້ານຄະນິດສາດຂອງນັກສຶກສາຄູອະນຸບານຕໍ່ກັບການບວກເລກສ່ວນທີ່ມີພຸດຕິກັນ ແລະ ຕ່າງກັນເປັນແນວໃດ?

2. ຄວາມເຂົ້າໃຈຂອງນັກສຶກສາຄູອະນຸບານຕໍ່ກັບການບວກເລກສ່ວນທີ່ມີພຸດຕິກັນ ແລະ ພຸດຕ່າງກັນເປັນແນວໃດ?

1.3. ຈຸດປະສົງຂອງການຄົ້ນຄວ້າ

1. ເພື່ອສຳຫຼວດແນວຄວາມຄິດດ້ານຄະນິດສາດຂອງນັກສຶກສາຄູອະນຸບານຕໍ່ກັບການບວກເລກສ່ວນທີ່ມີພຸດຕິກັນ ແລະ ຕ່າງກັນ.

2. ເພື່ອໄຈ້ແຍກຄວາມເຂົ້າໃຈຂອງນັກສຶກສາຄູອະນຸບານຕໍ່ກັບການບວກເລກສ່ວນທີ່ມີພຸດຕິກັນ ແລະ ພຸດຕ່າງກັນ.

2. ບົດຄົ້ນຄວ້າທີ່ກ່ຽວຂ້ອງ

ເປົ້າໝາຍສູງສຸດຂອງການຮຽນ - ການສອນວິຊາຄະນິດສາດ ແມ່ນຄວາມເຂົ້າໃຈຂອງຜູ້ຮຽນເພື່ອເຮັດໃຫ້ຜູ້ຮຽນເກີດມີການຄິດຂັ້ນສູງ (High order thinking) ແລະ ສາມາດດັດປັບເຂົ້າໃຊ້ກັບສະຖານະການໃໝ່ໆໄດ້. ການສອນທີ່ບໍ່ເນັ້ນການສົ່ງເສີມຄວາມເຂົ້າໃຈຂອງຜູ້ຮຽນໃນຫົວຂໍ້ຂອງຄະນິດສາດນັ້ນຈະເຮັດໃຫ້ຄວາມໝັ້ນໃຈຕໍ່ຄວາມສາມາດດ້ານຄະນິດສາດຂອງນັກຮຽນຫຼຸດລົງ. ພ້ອມກັນນັ້ນກໍ່ຈະເຮັດໃຫ້ມີຜົນກະທົບເບື້ອງລົບຕາມມາໃນເວລາມີການປະເມີນຄວາມຮູ້ຂອງພວກເຂົາ (Rayner, Pitsolantis & Osana, 2009). Skemp (1978) ຈຳ ແນກຄວາມເຂົ້າໃຈອອກເປັນ 2 ແບບຄື: ຄວາມເຂົ້າໃຈແບບເປັນເຄື່ອງມືນຳໃຊ້ (Instrumental understanding) ແລະ ຄວາມເຂົ້າໃຈແບບສຳພັນ (Relational understanding). ຄວາມເຂົ້າໃຈແບບເຄື່ອງມືນຳໃຊ້ ແມ່ນ ນັກຮຽນຮູ້ຫຼັກການ, ນິ

ຍາມ ແລະ ສາມາດໃຊ້ຄຳນວນໄດ້. ສ່ວນຄວາມເຂົ້າໃຈແບບສຳພັນ ແມ່ນນອກຈາກຫຼັກເກນ, ວິທີການຄຳນວນແລ້ວ ຍັງຮູ້ເຫດຜົນວ່າເປັນຫຍັງມັນຈຶ່ງໃຊ້ໄດ້ ແລະ ມັນພົວພັນກັບກົດເກນອື່ນແນວໃດ. ເຊິ່ງຄວາມເຂົ້າໃຈດັ່ງກ່າວນັ້ນພົວພັນກັບຄວາມຮູ້ 2 ປະເພດເຊັ່ນກັນ. Hiebert & Lefevre (1986) ໄດ້ນິຍາມຄວາມຮູ້ 2 ປະເພດດັ່ງກ່າວຄື: ຄວາມຮູ້ໃນຂະບວນການ ຫຼື ຂັ້ນຕອນ (Procedural knowledge) ແລະ ຄວາມຮູ້ທາງດ້ານແນວຄວາມຄິດ (Conceptual knowledge). ໂດຍລວມແລ້ວຄວາມຮູ້ທາງດ້ານຂະບວນການ ຫຼື ຂັ້ນຕອນແມ່ນຄວາມເຂົ້າໃຈຕໍ່ກົດເກນ ແລະ ສິ່ງທີ່ເຮັດຕາມຂັ້ນຕອນໃນຄະນິດສາດ. ສ່ວນຄວາມຮູ້ທາງດ້ານແນວຄວາມຄິດແມ່ນຄວາມເຂົ້າໃຈເຖິງການພົວພັນໃນຄະນິດສາດ. Morales (2014, ໜ້າ 1; ອ້າງໃນ Lestiana, Rejeki & Setyawan, 2017) ໃຫ້ນິຍາມວ່າຄວາມຮູ້ທາງດ້ານແນວຄວາມຄິດຂອງບົດເລກ ໝາຍເຖິງຄວາມຮູ້ກ່ຽວກັບຄວາມຈິງຂອງຄະນິດສາດ ແລະ ຄຸນລັກສະນະຂອງມັນທີ່ມີການພົວພັນກັນທາງໃດທາງໜຶ່ງ. ສ່ວນຄວາມຮູ້ທາງຂະບວນການແມ່ນຄວາມຮູ້ກ່ຽວກັບກົດເກນ, ຫຼັກການ ແລະ ຂັ້ນຕອນຕ່າງໆທີ່ໃຊ້ແກ້ເລກ. ເຊິ່ງຄວາມຮູ້ທັງສອງຢ່າງນີ້ແມ່ນສິ່ງຜົນສະທ້ອນເຊິ່ງກັນ ແລະ ກັນ. Groth and Bergner (2006) ໃຫ້ທັດສະນະວ່າ ນັກຮຽນຮຽນຮູ້ທາງດ້ານແນວຄວາມຄິດຂອງເລກສ່ວນກ່ອນ ກ່ອນທີ່ຈະພັດທະນາຄວາມຮູ້ຕາມຂະບວນການ ຫຼື ຂັ້ນຕອນການແກ້.

2.1 ປະເພດຂອງເລກສ່ວນ

ນັກຮຽນຕ້ອງພັດທະນາຄວາມຊຳນານໃນຊຳນານກ່ຽວກັບແນວຄວາມຄິດຂອງເລກສ່ວນ ລວມໄປເຖິງຄວາມເຂົ້າໃຈກ່ຽວກັບໂຕເລກ, ການລຽງລຳດັບ ແລະ ການປຽບທຽບ ແລະ ການທຽບເທົ່າກັນຂອງເລກສ່ວນ. ແນວຄວາມຄິດກ່ຽວກັບເລກສ່ວນເຫຼົ່ານີ້ຈະປຸ້ນຖານທີ່ສຳຄັນສຳລັບການຄຳນວນເລກສ່ວນໃນຂັ້ນຕໍ່ໄປ (Lamon, 2007). Siegler et al. (2013) ໃຫ້ທັດສະນະວ່າ ການຮຽນຮູ້ກ່ຽວກັບເລກສ່ວນແມ່ນຮຽກຮ້ອງໃຫ້ມີການຈັດລະບຽບຄວາມເຂົ້າໃຈກ່ຽວກັບໂຕເລກຕື່ມ ເພາະວ່ານັກຮຽນທີ່ບໍ່ທັນຮຽນຮູ້ກ່ຽວກັບເລກສ່ວນຈະຄາດເດົາວ່າຄຸນລັກສະນະຂອງຈຳນວນເຕັມຈະກວມທັງໝົດທຸກໆຈຳນວນ. Chinnappan (2000) ໃຫ້ທັດສະນະວ່າ ແນວຄວາມຄິດຂອງເລກສ່ວນປະກອບມີ 4 ຢ່າງຄື: ການແບ່ງສ່ວນ (partitioning), ການວັດແທກ (Measure), ອັດຕາສ່ວນ (Ratio) ແລະ ຈຳນວນທົດສະນິຍົມ (decimal). Getenet & Callingham (2021) ແລະ

Johar, Patahuddin & Widjaja (2017) ໃຫ້ນິຍາມວ່າເລກສ່ວນມີ 5 ປັດໃຈທີ່ພົວພັນກັນເຊັ່ນ: ເຄິ່ງໜຶ່ງ - ທັງໝົດ (part-whole), ອັດຕາສ່ວນ (Ratio), ຕົວປະຕິບັດການ (Operator), ຜົນຫານ (Quotient) ແລະ ການວັດແທກ (Measure).

2.2 ຄວາມເຂົ້າໃຈຂອງນັກຮຽນ / ນັກສຶກສາຄູ່ກ່ຽວກັບເລກສ່ວນ

Siegler et al. (2013) ຊີ້ແຈງບາງເຫດຜົນວ່າເປັນຫຍັງນັກຮຽນຈຳນວນຫຼາຍຈຶ່ງບໍ່ເຂົ້າໃຈເວລາຮຽນເລກສ່ວນ ນັ້ນກໍຍ້ອນວ່າ ນັກຮຽນຈຳນວນໜຶ່ງເດົາແບບຜິດໆວ່າ ຄຸນລັກສະນະຂອງຈຳນວນຖ້ວນແມ່ນສາມາດໃຊ້ໄດ້ກັບຄຸນລັກສະນະຂອງເລກສ່ວນໄດ້. Brown and Skow (2016) ກ່າວວ່າ ຄວາມຜິດພາດຂອງນັກຮຽນແມ່ນຈັດຢູ່ໃນ 3 ປະເພດຄື: ຄວາມຜິດພາດກ່ຽວກັບຂໍ້ເທັກຈິງ (Factual mistakes), ຄວາມຜິດພາດທາງດ້ານຂະບວນການ (Procedural mistakes) ແລະ ຄວາມຜິດພາດທາງດ້ານແນວຄວາມຄິດ (Conceptual mistakes). ຄວາມຜິດພາດກ່ຽວກັບຂໍ້ເທັກຈິງແມ່ນນັກຮຽນບໍ່ເຂົ້າໃຈກ່ຽວກັບຕົວເລກ, ສັນຍາລັກເຄື່ອງໝາຍ, ຄຳສັບທາງຄະນິດສາດ ແລະ ບໍ່ຮູ້ສຸດຄິດໄລ່ຕ່າງໆ. ຕົວຢ່າງ $2 + 3 = 4$; $3 \times 5 = 5$. ຄວາມຜິດພາດດ້ານຂະບວນການແມ່ນຄວາມບໍ່ແມ່ນຢ່າໃນຂະບວນການຄຳນວນເຊັ່ນ: ຈັດກຸ່ມຜິດພາດ, ຫາພຸດຮ່ວມຂອງເລກສ່ວນບໍ່ເປັນ ແລະ ໃສ່ໝາຍຈຸດບໍ່ຖືກບ່ອນ. ຕົວຢ່າງ $1/3 + 2/5 = 3/8$ ຫຼື $2.34 + 47.1 = 70.5$. ສຳລັບຄວາມຜິດພາດທາງດ້ານແນວຄວາມຄິດຂອງບົດເລກແມ່ນການເຂົ້າໃຈຜິດຂອງນັກຮຽນກ່ຽວກັບໂຈດບັນຫາເຊັ່ນ: ການວາງຕຳແໜ່ງຕົວເລກຜິດພາດ, ຈຳຫຼັກການທີ່ໄປແບບຕາຍຕົວ (Overgeneralization) ແລະ ເຂົ້າໃຈບັນຫາງ່າຍເກີນໄປ (Oversimplification). ຕົວຢ່າງ $12 + 9 = 102$ (ວາງຕຳແໜ່ງຕົວເລກຜິດ), $10 - 24 = 14$ (ຈື່ແຕ່ວ່າໂຕຫຼາຍຕ້ອງເປັນໂຕຕັ້ງລືບ) (Brown and Skow, 2016, ອ້າງໃນ Lestiana, Rejeki & Setyawan, 2017).

ຜົນການວິໄຈຂອງ Lestiana, Rejeki & Setyawan (2017) ກ່ຽວກັບຂໍ້ຜິດພາດຂອງນັກຮຽນໃນການຄຳນວນເລກສ່ວນ ພົບວ່າ ນັກຮຽນເອົາຈຳນວນພຸດບວກຈຳນວນພຸດ ແລະ ເອົາພຸດບວກພຸດ (ເບິ່ງຮູບ 3). ຂໍ້ຜິດພາດໂຕທີ່ 2 ແມ່ນນັກຮຽນໃຊ້ວິທີຄູນໄຂວ່ $1/6 + 2/6 = 12/6$. ຂໍ້ຜິດພາດໂຕທີ່ 3 ແມ່ນນັກຮຽນໃຊ້ວິທີບວກໄຂວ່ກັນເຊັ່ນ: $1/6 + 2/6 = 8/7$ ແລະ ຂໍ້ຜິດພາດອັນທີ່ 4 ແມ່ນນັກຮຽນແຕ້ມຮູບສະແດງບໍ່ຖືກຕ້ອງ. ນີ້ກໍ

ຍ້ອນວ່າພວກເຂົາຂາດຄວາມຮູ້ດ້ານຂະບວນການ ແລະ ດ້ານແນວຄວາມຄິດຂອງເລກສ່ວນນັ້ນເອງ.

ງານວິໄຈກ່ຽວກັບນັກສຶກສາຄູ່ມີເຊັ່ນດຽວກັນ. Newton (2008, ອ້າງໃນ Lovin, Stevens, Siegfried, Wilkins & Norton, 2018) ວິເຄາະການເຂົ້າໃຈຜິດໃນການຄິດໄລ່ເລກສ່ວນຂອງນັກສຶກສາຄູ່ໃນການບວກ ແລະ ລົບເລກສ່ວນພົບວ່າ ຄວາມເຂົ້າໃຈຜິດສ່ວນຫຼາຍແມ່ນເກີດຈາກການຄຳນວນຜິດກ່ຽວກັບຈຳນວນພຸດ ແລະ ພຸດ. ເຊິ່ງຄວາມເຂົ້າໃຈຜິດດັ່ງກ່າວຈະສົ່ງຜົນກະທົບໃຫ້ການຄຸນ ແລະ ການຫານເລກສ່ວນ. ຕົວຢ່າງ $2/15 \times 7/15 = 14/15$ ເຊິ່ງນັກສຶກສາ $1/4$ ຂອງຈຳນວນ 85 ຄົນໃຊ້ວິທີການຄິດໄລ່ດັ່ງກ່າວ. Osana and Royea (2011, ອ້າງໃນ Lovin, Stevens, Siegfried, Wilkins & Norton, 2018) ເຮັດການວິໄຈກັບນັກສຶກສາຄູ່ປະຖົມຈຳນວນ 15 ຄົນພົບວ່າ ນັກສຶກສາຄູ່ປະຖົມມີຂໍ້ຜິດພາດຫຼາຍໃນການຂຽນເລກໂຈດບັນຫາ. ເມື່ອໃຫ້ນັກສຶກສາຂຽນໂຈດບັນຫາກ່ຽວກັບບົດເລກ $4/5 - 1/2$ ເຫັນວ່າ ນັກສຶກສາຈຳນວນ 13 ຄົນ ໃນຈຳນວນ 15 ຄົນມີຂໍ້ຜິດພາດ ເຊິ່ງບົດໂຈດສ່ວນຫຼາຍແມ່ນນັກສຶກສາເວົ້າເຖິງການຄຸນເລກສ່ວນແທນທີ່ຈະເວົ້າເຖິງການລົບເລກສ່ວນ. ຜົນງານການວິໄຈຂອງ Tirosh (2000) ສະແດງໃຫ້ເຫັນວ່ານັກສຶກສາຄູ່ມີກົນໄກຄວາມເຂົ້າໃຈກ່ຽວກັບເລກສ່ວນ. ຄວາມຮູ້ດັ່ງກ່າວນີ້ບໍ່ຄ່ອຍໄດ້ຊ່ວຍໃຫ້ພວກເຂົາຊຸກຍູ້ຊ່ວຍເຫຼືອນັກຮຽນຂອງພວກເຂົາພັດທະນາຄວາມຮູ້ທາງດ້ານແນວຄິດທີ່ຕິດພັນກັບບັນຫາເລກສ່ວນທີ່ກ່ຽວຂ້ອງກັບການຫານ. ຄວາມເຂົ້າໃຈຜິດທີ່ສຳຄັນແມ່ນການຈັດລຽງເລກສ່ວນໂດຍການເນັ້ນໃສ່ແຕ່ຈຳນວນພຸດ ຫຼື ພຸດແຕ່ຢ່າງດຽວ. ກຸນແຈສຳຄັນໃນການຮຽນເລກສ່ວນແມ່ນຄວາມສຳພັນຂອງການແບ່ງສ່ວນ. ໃນນັ້ນ ນັກຮຽນ ແລະ ຄູ່ຜູ້ສອນຈະຕ້ອງເຂົ້າໃຈຄວາມສຳພັນຂອງການແບ່ງສ່ວນລະຫວ່າງຈຳນວນພຸດ ແລະ ພຸດ ຫຼື ຕ້ອງຄິດວ່າໂຕເລກເຫຼົ່ານີ້ແມ່ນອັນດຽວກັນ. ຄວາມເຂົ້າໃຈຜິດດັ່ງກ່າວອາດນຳພານັກຮຽນໄປເຖິງການຄຳນວນທີ່ຜິດໆເຊັ່ນ: ການບວກ ຫຼື ການລົບຈຳນວນພຸດ ແລະ ພຸດແບບແຍກອອກຈາກກັນຢ່າງຊັ້ນເຊີງ. Ball (1990) ພົບວ່ານັກສຶກສາຄູ່ມີຄວາມສາມາດໃນການແກ້ເລກກ່ຽວກັບການຫານເລກສ່ວນໂດຍໃຊ້ວິທີການຄິດໄລ່ແບບທະວີຄຸນແບບດັ້ງເດີມ ແຕ່ມີພຽງສອງສາມຄົນເທົ່ານັ້ນທີ່ສາມາດສະແດງເປັນພາບໃຫ້ເຫັນປະຈັກຕາໄດ້ຢ່າງຖືກຕ້ອງ. ພວກເຮົາຖືວ່າການເຮັດວຽກຂອງ Ball ແມ່ນເປັນຕົວແທນກໍລະນີຂອງຄູອາຈານໃນອະນາຄົດທີ່ໄດ້ພັດທະນາຄວາມ

ຮູ້ກ່ຽວກັບຂັ້ນຕອນ (procedural or algorithmic knowledge) ໂດຍບໍ່ມີການເຂົ້າໃຈພື້ນຖານດ້ານແນວຄວາມຄິດເລີຍ. Chinnappan & Forrester (2014) ໄດ້ໃຫ້ຄຳເຫັນວ່າຄວາມຮູ້ທີ່ໃຊ້ໃນການແກ້ເລກສ່ວນແມ່ນສະລັບສັບຊ້ອນ ແລະ ມີຫຼາຍມຸມມອງ.

ຄວາມໝາຍຂອງການຮຽນ ແລະ ການຄິດກ່ຽວກັບເລກສ່ວນແມ່ນມີລັກສະນະຈຳກັດດ້ວຍການບອກຫົວໜ່ວຍ ແລະ ຂະບວນການສ້າງຫົວໜ່ວຍດັ່ງກ່າວ ແລະ ການໃຫ້ສັນຍາລັກ ຫຼື ການສ້າງເສັ້ນສະແດງ. ໃນນັ້ນ Lamon (1996) ໄດ້ໃຫ້ທັດສະນະວ່າຄວາມເຂົ້າໃຈນັກຮຽນກ່ຽວກັບແນວຄວາມຄິດຂອງເລກສ່ວນແມ່ນຍັງຊັກຊ້າ ເພາະວ່າພວກເຂົາຍັງບໍ່ທັນຮູ້ເຖິງຄວາມສຳຄັນຂອງຫົວໜ່ວຍ. ນັກຮຽນຕ້ອງຮູ້ວ່າຫົວໜ່ວຍຂອງເລກສ່ວນແມ່ນມີຄວາມແຕກຕ່າງຈາກຫົວໜ່ວຍໃນເລື່ອງອື່ນໆ. ນັກຮຽນຈະພົບບັນຫາກ່ຽວກັບເລກສ່ວນທັງໃນຊີວິດປະຈຳວັນ ແລະ ໃນຫ້ອງຮຽນ. ການເຂົ້າໃຈເລກສ່ວນແມ່ນຈະຊ່ວຍໃຫ້ນັກຮຽນເຂົ້າໃຈແນວຄວາມຄິດອື່ນໆທີ່ຫຼາກຫຼາຍໃນຊີວິດປະຈຳວັນ. ການສອນເລກສ່ວນຂອງຄູ່ແມ່ນຈະຊ່ວຍໃຫ້ນັກຮຽນມີຄວາມເຂົ້າໃຈກ່ຽວກັບຕົວເລກ ແລະ ການພົວພັນຂອງຕົວເລກ. ຄວາມເຂົ້າໃຈເຫຼົ່ານີ້ລ້ວນແລ້ວແຕ່ມາຈາກປະສົບການຂອງນັກຮຽນ, ການສຶດສອນ ແລະ ຄວາມຮູ້ທີ່ຮຽນໃນຫ້ອງຮຽນ (Chinnappan, 2000). ລັກສະນະ ຕົ້ນຈັນ, ນະລິມົນ ຊ່າງສີ ແລະ ກຽດຕິ ແສງອາລຸນ (2017) ສຳຫຼວດຄວາມເຂົ້າໃຈເລື່ອງເລກສ່ວນຂອງນັກຮຽນຊັ້ນປະຖົມປີທີ 6 ພົບວ່າ 1. ນັກຮຽນມີຄວາມສາມາດໃນການຈຳເລກສ່ວນໄດ້ 88.89%. ນັກຮຽນສາມາດບອກໄດ້ວ່າເລກສ່ວນເປັນຈຳນວນທີ່ນ້ອຍກວ່າ 1, ສາມາດຮູ້ຈຳລັກສະນະໂຄງສ້າງພື້ນຖານຂອງເລກສ່ວນໄດ້. 2. ນັກຮຽນ 47.22% ສາມາດໃຫ້ນິຍາມ ແລະ ອະທິບາຍທາງຄະນິດສາດກ່ຽວກັບເລກສ່ວນໄດ້. ນັກຮຽນສາມາດອະທິບາຍຂະໜາດຂອງເລກສ່ວນໄດ້ ແລະ ອະທິບາຍໄດ້ວ່າລະຫວ່າງຈຳນວນຖ້ວນສອງຈຳນວນມີເລກສ່ວນຢູ່. 3. ນັກຮຽນຈຳນວນ 8.33% ສາມາດໃຫ້ເຫດຜົນ, ໄດ້ແຍ້ງກ່ຽວກັບເລກສ່ວນ ແລະ ສາມາດຕັດສິນໃຈກ່ຽວກັບຄຸນລັກສະນະຂະໜາດການປ່ຽນແປງຂອງເລກສ່ວນວ່າຖືກ ຫຼື ຜິດໄດ້. 4. ນັກຮຽນ 33.33% ສາມາດບອກການພົວພັນທາງດ້ານຂະໜາດຂອງເລກສ່ວນ ແລະ ສາມາດປຽບທຽບເລກສ່ວນສອງຈຳນວນໄດ້. 5. ນັກຮຽນມີຄວາມສາມາດໃນການເຊື່ອມໂຍງເລກສ່ວນກັບຈຳ

ນວນທິດສະນີຍົມ, ສ່ວນຮ້ອຍ ແລະ ເລກຫານໄດ້. ພວກເຂົາສາມາດໃຫ້ເຫດຜົນກ່ຽວກັບວິທີການຄິດຂອງພວກເຂົາເພື່ອມາສະໜັບສະໜູນຄໍາຕອບ. ນັກຮຽນສາມາດກວດສອບໄດ້ວ່າຄໍາຕອບຈາກການຄຳນວນເລກສ່ວນຂອງພວກເຂົາຖືກ ຫຼື ຜິດ. Shaughnessy, DeFino, Pfaff & Blunk (2020) ວິເຄາະຄວາມສາມາດຂອງນັກສຶກສາຄູໃນການດຶງເອົາແນວຄວາມຄິດຂອງນັກຮຽນອອກມາເມື່ອນັກຮຽນມີຄໍາຕອບທີ່ຜິດ ເຊັ່ນ: ວິເຄາະຂະບວນການທັງໝົດທີ່ນັກຮຽນເຮັດ, ວິເຄາະດຶງເອົາຄວາມເຂົ້າໃຈຂອງນັກຮຽນຕໍ່ກັບຂະບວນການ ແລະ ແນວຄວາມຄິດດ້ານຄະນິດສາດທີ່ຢູ່ພາຍໃຕ້ຂະບວນການດັ່ງກ່າວ, ແລະ ດຶງເອົາສິ່ງທີ່ນັກຮຽນເຮັດຜິດ ລວມໄປເຖິງການໃຫ້ເຫດຜົນຕໍ່ກັບສິ່ງທີ່ເຮັດຜິດນັ້ນພ້ອມທັງສິ່ງທີ່ເຂົາເຈົ້າແປງຄືນ. ຜົນການວິໄຈພົບ 3 ຫົວຂໍ້ຫຼັກຄື: ການດຶງເອົາແບບສະບັບຂອງຂະບວນການທີ່ນັກຮຽນເຮັດ, ຄວາມເຂົ້າໃຈຂອງນັກຮຽນຕໍ່ກັບແນວຄວາມຄິດຫຼັກຂອງຄະນິດສາດ ແລະ ດຶງເອົາສິ່ງທີ່ນັກຮຽນເຮັດຜິດອອກມາ. ໃນນັ້ນ, ການວິໄຈຍັງພົບຕື່ມອີກວ່າ 70 – 90 % ຂອງນັກສຶກສາຄູມີຄວາມຊຳນານໃນການດຶງເອົາແນວຄວາມຄິດຂອງນັກຮຽນທາງດ້ານຂະບວນການ. ນັກສຶກສາຈຳນວນ 67 ເປີເຊັນ ສາມາດດຶງເອົາຫຼາຍແນວຄວາມຄິດຂອງນັກຮຽນທີ່ສະແດງເຖິງຄວາມເຂົ້າໃຈຂອງເຂົາເຈົ້າ ຕໍ່ກັບຂະບວນການທີ່ໄດ້ແກ້. ແນວໃດກໍ່ຕາມຄວາມພະຍາຍາມທີ່ຈະດຶງເອົາແນວຄວາມຄິດຫຼັກຂອງນັກຮຽນຂອງນັກສຶກສາຄູຍັງກະແຈກກະຈາຍ.

Vinner, Hershkowitz & Bruckheimer (1981) ຈັດປະເພດທີ່ນັກຮຽນເຮັດຜິດໃນເວລາບວກເລກສ່ວນ ເຊິ່ງແບ່ງອອກເປັນ 3 ກຸ່ມໃຫຍ່ຄື: ກຸ່ມທີ່ 1 ບໍ່ມີພຸດຮ່ວມ ປະກອບມີ 5 ປະເພດຍ່ອຍ.

1. ຈຳນວນພຸດຄູນຈຳນວນພຸດ ແລະ ພຸດບວກພຸດເຊັ່ນ: $1/2 + 2/3 = 2/5$
2. ຈຳນວນພຸດບວກກັນ ແລະ ເອົາພຸດຄູນກັນເຊັ່ນ: $1/2 + 2/3 = 3/6$
3. ຈຳນວນພຸດຄູນຈຳນວນພຸດ ແລະ ພຸດຄູນພຸດເຊັ່ນ: $1/2 + 2/3 = 2/6$
4. ຈຳນວນພຸດບວກຈຳນວນພຸດ ແລະ ພຸດບວກພຸດເຊັ່ນ: $1/2 + 1/5 = 2/7$
5. ຈຳນວນພຸດບວກຈຳນວນພຸດ ແລ້ວປະພຸດເຊັ່ນ: $1/3 + 2/5 = 1+2 = 3$

ກຸ່ມທີ່ 2 ແມ່ນມີການຄຳນວນກ່ຽວກັບພຸດຮ່ວມ ແຕ່ການທຽບເທົ່າຂອງເລກສ່ວນຍັງຂາດຫາຍເຊັ່ນ:

1. ປະເພດທີ່ 1 – 4 ໃນກຸ່ມທີ່ 1 ແລະ ມີອັນເສີມຕື່ມເຊັ່ນ: $1/2 + 2/3 = (1+2)/5$ ແທນທີ່ຈະຂຽນເປັນ $1/2 + 2/3 = 3/5$
 2. ພຸດຮ່ວມແມ່ນໄດ້ຈາກການບວກຈຳນວນພຸດ ແລະ ພຸດເຂົ້າກັນທັງໝົດເຊັ່ນ: $1/2 + 2/3 = (1+2)/8$
- ປະເພດທີ່ 3 ແມ່ນກ່ຽວກັບພຸດຮ່ວມ ແລະ ການທຽບເທົ່າກັນຂອງເລກສ່ວນ ເຊິ່ງມີ 5 ກຸ່ມຍ່ອຍຄື:

1. ພຸດບວກພຸດກາຍເປັນພຸດລວມ ແລະ ຈຳນວນພຸດບວກກັບພຸດຂອງເລກສ່ວນໂຕທີ່ 2 ເຊັ່ນ: $1/2 + 2/3 = ((1+3) + (2+2))/2+3 = (4+4)/5$.
2. ພຸດຄູນພຸດກາຍເປັນພຸດລວມ ແລະ ຈຳນວນພຸດບວກກັບພຸດຂອງເລກສ່ວນໂຕທີ່ 2 ເຊັ່ນ: $1/2 + 2/3 = ((1+3) + (2+2))/2*3 = (4+4)/6$.
3. ຂຶ້ນພຸດຮ່ວມຖືກຕ້ອງ ແຕ່ຈຳນວນພຸດແມ່ນໄດ້ຈາກການຄູນຈຳນວນພຸດກັບພຸດໂຕມັນເອງເຊັ່ນ: $1/2 + 2/3 = ((1*2) + (2*3))/2*3 = (2+6)/6$.
4. ຂຶ້ນພຸດຮ່ວມຖືກຕ້ອງ ແຕ່ຈຳນວນພຸດແມ່ນໄດ້ຈາກການບວກຈຳນວນພຸດກັບພຸດໂຕມັນເອງເຊັ່ນ: $1/2 + 2/3 = ((1+2) + (2+3))/2*3 = (3+5)/6$.
5. ພຸດຮ່ວມແມ່ນພຸດຂອງໂຕເລກທີ່ໃຫຍ່ກວ່າໜຶ່ງ ແຕ່ຈຳນວນພຸດໂຕໃໝ່ແມ່ນໄດ້ຈາກການຄູນຈຳນວນພຸດກັບພຸດຂອງໂຕທີ່ 2 ເຊັ່ນ: $1/2 + 1/4 = ((1*4) + (1*2))/4 = (4+2)/4$.

Adu-Gyamfi, Schwartz, Sinicrope & Bossé (2019) ວິໄຈກ່ຽວກັບການຫານເລກສ່ວນຂອງນັກສຶກສາຄູໃນຄໍາຖາມທີ່ວ່າ “ມີເຄັກເຫຼືອຢູ່ $3/4$, ຄຣິດຕີນໍາ ແລະ ແຄນດາເຊຕ້ອງການປັ້ນເຄັກທີ່ເຫຼືອດັ່ງກ່າວອອກເປັນສອງສ່ວນເທົ່າກັນ ຖາມວ່າແຕ່ລະຄົນຈະໄດ້ເຄັກເທົ່າໃດ? ຈິ່ງແກ້ ແລະ ສະແດງບົດແກ້ດັ່ງກ່າວໃຫ້ຄູເຫັນ?” ຜົນການວິໄຈກັບນັກສຶກສາຄູຈຳນວນ 36 ຄົນພົບວ່າ ມີນັກສຶກສາຈຳນວນ 24 ຄົນ (67%) ສາມາດແກ້ເລກດັ່ງກ່າວໄດ້ຢ່າງຖືກຕ້ອງ. ພວກເຂົາໃຊ້ຫຼາຍໆວິທີແກ້ເລກດັ່ງກ່າວ. ແນວໃດກໍ່ຕາມ ນັກສຶກສາຈຳນວນ 15 ຄົນທີ່ແກ້ເລກຖືກຍັງບໍ່ສາມາດວິເຄາະການແກ້ເລກຂອງນັກຮຽນມາ ໄດ້ ເຊິ່ງນັກຮຽນຊັ້ນມາຄິດໄລ່ຄື: $\frac{3}{4} \div \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \times \frac{2}{1} = 1\frac{1}{2}$ ນັກສຶກສາຄູບໍ່ເຫັນການພົວພັນລະຫວ່າງເນື້ອເລື່ອງຂອງຄໍາຖາມກັບບົດເລກທີ່ໃຫ້ ແຕ່ສຸມໃສ່ຫຼັກການ ຫຼື ຂະບວນການຄຳນວນເລກສ່ວນເທົ່ານັ້ນ. ນີ້ອາດໝາຍ

ຄວາມວ່ານັກສຶກສາຄູ່ຍັງຂາດພື້ນຖານດ້ານການໃຊ້ຕົວປ່ຽນແທນຂອງພຶດຊະຄະນິດໃນເວລາແກ້ບົດເລກ.

Burgos & Godino (2020) ສຶກສາການແກ້ເລກຂອງນັກສຶກສາຄູ່ກ່ຽວກັບການໃຫ້ເຫດຜົນທາງດ້ານອັດຕາສ່ວນ (proportional reasoning) ວ່າມີຄວາມຍາກງ່າຍແນວໃດ. ໃນນັ້ນມີຄຳຖາມໃຫ້ນັກສຶກສາຄູ່ເຮັດທັງໝົດ 4 ຄຳຖາມ. ຕົວຢ່າງຖ້າເຂົ້າໜົມຊີລ້ຽວ 22 ກຣາມ ມີໄຂມັນຢູ່ 4 ກຣາມ, ແລ້ວເພິ່ນຜະລິດຊີລ້ຽວ 100 ກຣາມ ຈະມີໄຂມັນຢູ່ທີ່ໃດ? ຜົນການວິໄຈພົບວ່າ ຫຼາຍກວ່າ 93% ຂອງນັກສຶກສາຄູ່ສາມາດແກ້ໄດ້ແຕ່ຂໍ້ທີ່ 1 ເຖິງຂໍ້ທີ່ 3. ແຕ່ກົງກັນຂ້າມ ມີພຽງ 39% ເທົ່ານັ້ນທີ່ສາມາດແກ້ບົດໃຈດີທີ່ 4 ໄດ້. ນັກສຶກສາຄູ່ມີຄວາມຫຍຸ້ງຍາກໃນການເຂົ້າໃຈສະຖານະການຂອງໂຈດບັນຫາ, ແນວຄວາມຄິດຂອງບັນຫາ, ຂັ້ນຕອນການຄິດໄລ່ ແລະ ພາສາສັນຍາລັກ. ນັກສຶກສາຄູ່ສ່ວນຫຼາຍໜັ້ນໃຈແຕ່ໃຊ້ວິທີຄຸນໄຂວ່າເພື່ອແກ້ເລກອັດຕາສ່ວນດັ່ງກ່າວ. ໃນຄວາມເປັນຈິງມັນມີຫຼາຍວິທີທີ່ສາມາດໃຊ້ແກ້ບົດເລກດັ່ງກ່າວເຊັ່ນ: ແກ້ດ້ວຍການໃຊ້ຮູບພາບ, ແກ້ດ້ວຍການບວກເພີ່ມ, ການໃຊ້ອັດຕາຕໍ່ໜຶ່ງໜ່ວຍ, ການປ່ຽນໂຕປະກອບ ແລະ ການຄູນໄຂວ່າ (ຂວັນ ເພຍຊ້າຍ ແລະ ພິນຍາພັນ ຮ່ວມຊາດ, 2011).

Toluk-Uçar (2009) ວິໄຈກ່ຽວກັບຄວາມເຂົ້າໃຈຂອງນັກສຶກສາຄູ່ຕໍ່ກັບເລກສ່ວນດ້ວຍວິທີການສອນແບບໃຫ້ນັກສຶກສາຕັ້ງຄຳຖາມເອງ. ຜົນການວິໄຈພົບວ່າ ກ່ອນສອນ ນັກສຶກສາຄູ່ຫຼາຍກວ່າເຄິ່ງໜຶ່ງບໍ່ໄດ້ພະຍາຍາມສ້າງຄຳຖາມເອງ ເຊິ່ງພວກເຂົາໃຫ້ທັດສະນະວ່າມັນເປັນໄປບໍ່ໄດ້ທີ່ຈະສ້າງປະໂຫຍກຄຳຖາມກ່ຽວກັບການຄູນ ຫຼື ການຫານເລກສ່ວນທີ່ກ່ຽວຂ້ອງກັບຊີວິດປະຈຳວັນ. ນັກສຶກສາສາຄູ່ສັບສິນ ແລະ ເຂົ້າໃຈຜິດກ່ຽວກັບເລກສ່ວນໂດຍສະເພາະແມ່ນຫົວໜ່ວຍທີ່ໃຊ້ອ້າງອີງໃນເວລາຄຳນວນ. ເມື່ອຄູ່ໃຫ້ສ້າງປະໂຫຍກຄຳຖາມກ່ຽວກັບເລກສ່ວນທີ່ພົວພັນກັບຊີວິດປະຈຳວັນທີ່ໝາຍເຖິງ $3/4 - 1/2$, ໂດຍສ່ວນຫຼາຍແລ້ວນັກສຶກສາຄູ່ມັກຈະສ້າງຄຳຖາມທີ່ໝາຍເຖິງ $3/4 - 3/8$ ຫຼື $1-3/4 - 1/2$. ນັກສຶກສາຄູ່ສ່ວນຫຼາຍເກັ່ງທາງດ້ານການຄຳນວນ ແຕ່ພວກເຂົາພົບຄວາມຫຍຸ້ງຍາກຫຼາຍໃນການຫາສິ່ງມາປ່ຽນແທນເລກສ່ວນດັ່ງກ່າວມາເປັນປະໂຫຍກຄຳເວົ້າ. ສະເພາະກຸ່ມນັກສຶກສາທີ່ບໍ່ໄດ້ຮັບການສອນແບບໃຫ້ນັກສຶກສາສ້າງຄຳຖາມເອງກ່ຽວກັບເລກສ່ວນ (45 ຄົນ) ໃຫ້ທັດສະນະວ່າພວກເຂົາມີຄວາມຮູ້ກ່ຽວກັບເລກສ່ວນດີຕັ້ງແຕ່ຕົ້ນຈົນຈົບການຮຽນ-ການສອນ. ແຕ່ກົງກັນ

ຂ້າມ ກຸ່ມນັກສຶກສາທີ່ໄດ້ຮັບການສອນແບບໃຫ້ນັກສຶກສາສ້າງຄຳຖາມເອງກ່ຽວກັບເລກສ່ວນ (50 ຄົນ) ພົບວ່າ ພວກເຂົາມີທັດສະນະປ່ຽນແປງພາຍຫຼັງທີ່ໄດ້ຮັບການສຶດສອນດ້ວຍວິທີການດັ່ງກ່າວ. ແນວໃດກໍ່ຕາມຍັງມີບາງເລກສ່ວນທີ່ໃຫ້ຂໍ້ຄິດວ່າບໍ່ສາມາດບອກເຫດຜົນໄດ້. ຕົວຢ່າງ, Howard (1991) ໄດ້ສະເໜີໃຫ້ເຫັນວ່າ $1/2$ ແລະ $1/3$ ເມື່ອເອົາສອງກຸ່ມມາລວມກັນຈະເປັນ $2/5$ ເຊິ່ງບໍ່ແມ່ນຄຳຕອບແມ່ນ $5/6$. ດັ່ງເຊັ່ນດຽວກັນກັບ $1/4$ ແລະ $3/4$ ເອົາທັງສອງກຸ່ມມາລວມກັນຈະເປັນ $4/8$ ຫຼື $1/2$ ເຊິ່ງມັນສອດຄ້ອງກັບເຫດຜົນທີ່ວ່າ ເອົາຈຳນວນພູດບວກຈຳນວນພູດ ແລະ ເອົາພູດບວກພູດ. Byrnes and Wasik (1991) ພົບວ່ານັກຮຽນມີຄວາມຮູ້ທາງດ້ານແນວຄວາມຄິດກ່ຽວກັບເລກສ່ວນກ່ອນທີ່ຈະມີຄວາມຮູ້ທາງດ້ານວິທີການຄິດໄລ່. ການວິໄຈຍັງພົບອີກວ່າການບວກເລກສ່ວນທີ່ມີພູດຕ່າງກັນ ແລະ ການປຽບທຽບເລກສ່ວນຕ້ອງການຄວາມຮູ້ຊະນິດດຽວກັນເພື່ອຈຳແນກວ່າມັນທຽບເທົ່າກັນ ຫຼື ແຕກຕ່າງກັນ. Peck and Jencks (1981) ສຳພາດນັກຮຽນຮ້ອຍກວ່າຄົນກ່ຽວກັບຄວາມເຂົ້າໃຈຂອງພວກເຂົາໃນເລກສ່ວນ ພົບວ່າ ໜ້ອຍກວ່າ 10 % ທີ່ສະແດງໃຫ້ເຫັນວ່າພວກເຂົາເຂົ້າໃຈແນວຄວາມຄິດຂອງເລກສ່ວນ. ໃນທຳນອງດຽວກັບ ປະມານ 35% ຂອງນັກຮຽນສາມາດແກ້ເລກສ່ວນຕາມຂັ້ນຕອນໄດ້ທັງໆທີ່ພວກເຂົາບໍ່ເຂົ້າໃຈແນວຄວາມຄິດຂອງບົດເລກດັ່ງກ່າວ. Baroody (1992) ພົບວ່າ ນັກຮຽນຈະຮຽນຮູ້ກົດຕ່າງໆຂອງບົດເລກໃນພຶດຕິກຳແບບທ່ອງຈຳກ່ອນໂດຍທີ່ບໍ່ເຂົ້າໃຈແນວຄວາມຄິດທີ່ແຜ່ງໃນຂະບວນການແກ້ດັ່ງກ່າວ. ໂດຍຜ່ານການຝຶກຝົນຫຼາຍໆຄັ້ງຕໍ່ກັບຂັ້ນຕອນດັ່ງກ່າວ ນັກຮຽນຈະສາມາດຈຳແນກ ແລະ ຮຽນຮູ້ກ່ຽວກັບແນວຄວາມຄິດຂອງບົດເລກທີ່ກ່ຽວຂ້ອງໄດ້.

3. ວິທີດຳເນີນການຄົ້ນຄວ້າ

3.1 ປະຊາກອນ ແລະ ກຸ່ມຕົວຢ່າງ

ປະຊາກອນຂອງການສຶກສາການສອນຄັ້ງນີ້ແມ່ນກວມເອົານັກສຶກສາສາຍຄູອານຸບານ ລະບົບ 12+2 ຂອງສົກຮຽນ 2020 – 2021 ລວມທັງໝົດ 87 ຄົນ. ໃນນັ້ນມີນັກສຶກສາປີທີ່ 1 ຈຳນວນ 58 ຄົນ ແລະ ນັກສຶກສາປີທີ່ 2 ຈຳນວນ 29 ຄົນ. ສຳລັບກຸ່ມຕົວຢ່າງແມ່ນກວມເອົານັກສຶກສາປີທີ່ 1 ຂອງສາຍຄູອະນຸບານທັງໝົດຈຳນວນ 58 ຄົນ. ໃນນັ້ນແມ່ນເປັນເພດຍິງທັງໝົດ.

3.2 ເຄື່ອງມືທີ່ໃຊ້ໃນການແກ້ບົດຂໍ້ມູນ

ເຄື່ອງມືທີ່ໃຊ້ໃນການເກັບກຳຂໍ້ມູນແມ່ນໃບກິດຈະກຳຂອງນັກສຶກສາ, ຄຳອະທິບາຍຂອງນັກສຶກສາເວລາເຂົ້າເຈົ້າເຮັດກິດຈະກຳ ແລະ ວິທີໂອກາດສອນຂອງຄູທີ່ສອນ 2 ຄັ້ງ. ນອກຈາກນັ້ນຍັງມີການວິເຄາະຫຼັກສູດເພື່ອເຂົ້າໃຈຈຸດປະສົງຫຼັກ ແລະ ເນື້ອໃນບົດຮຽນ ແລະ ມີການຮ່ວມກັນແຕ່ງບົດສອນນຳອີກເພື່ອໃຫ້ໄດ້ເຄື່ອງມືເກັບກຳຂໍ້ມູນທີ່ດີ. ສຳລັບເນື້ອໃນຂອງໃບກິດຈະກຳທີ່ນຳມາວິເຄາະຄວາມເຂົ້າໃຈຂອງນັກສຶກສາສາຄູມີຄື: ກິດຈະກຳ 1, ມີເຄັກໜຶ່ງກ້ອນ ທ້າວ ກ ກິນ $\frac{1}{8}$ ຂອງເຄັກທັງໝົດ ແລະ ທ້າວ ຂ ກິນ $\frac{4}{8}$ ຂອງເຄັກທັງໝົດ. ຖາມວ່າເຂົາເຈົ້າກິນເຄັກທັງໝົດເທົ່າໃດ? ຈົ່ງລະບາຍສິ່ງໃສ່ສ່ວນທີ່ຖືກກິນ ແລະ ຂຽນປະໂຫຍກສັນຍາລັກທາງຄະນິດສາດ?. ກິດຈະກຳ 2, ຕຸກ (a) ມີນ້ຳລືມ $\frac{1}{2}$ ລິດ ແລະ ຕຸກ (b) ມີນ້ຳລືມ $\frac{1}{3}$ ລິດ. ຖາມວ່າທັງໝົດມີນ້ຳລືມຈັກລິດ?

3.3 ວິທີເກັບກຳຂໍ້ມູນ

ການສຶກສາຄັ້ງນີ້ແມ່ນປະຕິບັດໄປໃນລັກສະນະສຶກສາການສອນ ກໍຄືຮ່ວມກັນວາງແຜນການສອນ, ແຕ່ງບົດສອນ, ຮ່ວມໂມງສອນ ແລະ ຖອດຖອນບົດຮຽນ. ເຊິ່ງໃນວັນທີ 13 /10/ 2020 ກຸ່ມສຶກສາໄດ້ຮ່ວມກັນວິເຄາະຫຼັກສູດເພື່ອຕັດສິນໃຈກ່ຽວກັບເນື້ອໃນບົດຮຽນ, ໃບກິດຈະກຳ ແລະ ຮູບແບບດຳເນີນການຮຽນການສອນ. ຕໍ່ມາໃນວັນທີ 25 /10/ 2020 ກຸ່ມວິໄຈໄດ້ຮ່ວມກັນແຕ່ງບົດສອນພ້ອມກັບອອກແບບໃບກິດຈະກຳທີ່ຈະໃຫ້ນັກສຶກສາເຮັດ. ຈາກນັ້ນໃນວັນທີ 27 /10/ 2020 ກໍໄດ້ດຳເນີນການສອນຄັ້ງທີ 1 ຕາມຊົ່ວໂມງສອນປົກກະຕິ. ຕໍ່ມາວັນທີ 4 /1/ 2021 ຄະນະກຸ່ມສຶກສາກໍໄດ້ເຕົ້າລວມກັນອີກຄັ້ງເພື່ອປັບປຸງບົດສອນ, ອອກແບບກິດຈະກຳການສອນຄືນໃໝ່ ແລະ ເສີມສື່ການສອນທີ່ເປັນເລກສ່ວນເຂົ້າຕື່ມອີກ. ຈາກນັ້ນໃນວັນທີ 5 /1/ 2021 ກໍໄດ້ດຳເນີນການສອນຄັ້ງທີ 2 ແຕ່ແມ່ນສອນກັບນັກສຶກສາປີທີ 1 ຫ້ອງ ຂ.

3.4 ການວິເຄາະຂໍ້ມູນ

ການສຶກສາຄັ້ງນີ້ເປັນຂໍ້ມູນທາງດ້ານຄຸນະພາບ ເຊິ່ງວິເຄາະຄຳອະທິບາຍຂອງນັກສຶກສາ ແລະ ວິທີການແກ້ເລກຂອງພວກເຂົາໃນໃບກິດຈະກຳ. ໂດຍພື້ນຖານແລ້ວແມ່ນຍຶດຖືການວິເຄາະຂໍ້ມູນທາງດ້ານຄຸນະພາບດ້ວຍວິທີການຈັດກຸ່ມແນວຄວາມຄິດທີ່ຄ້າຍຄືກັນໃຫ້ຢູ່ເປັນກຸ່ມແລ້ວຕັ້ງຫົວຂໍ້ໃຫ້ກັບກຸ່ມດັ່ງກ່າວ. ເມື່ອມີກຸ່ມໃໝ່ເກີດຂຶ້ນກໍປະຕິບັດຈັດກຸ່ມຂອງຫົວຂໍ້ໃໝ່ອີກ ເຮັດແນວນັ້ນຕໍ່ໄປຈົນກວ່າຈະບໍ່ສາມາດຕັ້ງຫົວຂໍ້ໃຫ້ກັບກຸ່ມໃໝ່ອີກ

(Merriam, 2009, ໜ້າ 181-187). ໃນນັ້ນ, ເພື່ອສຳຫຼວດແນວຄວາມຄິດດ້ານຄະນິດສາດຂອງນັກສຶກສາຄູອະນຸບານຕໍ່ກັບການບວກເລກສ່ວນທີ່ມີພຸດຕິກັນ ແລະ ຕ່າງກັນ, ຂະບວນການ ຫຼື ຂັ້ນຕອນການຄິດໄລ່ຕ່າງໆທີ່ນັກສຶກສາແກ້ບົດເລກໂຈດນັ້ນ ຈະຖືກວິເຄາະລະອຽດວ່າເຂົາເຈົ້າຄິດໄລ່ແນວໃດ, ເຂົາເຈົ້າເຮັດຖືກ ຫຼື ເຮັດຜິດຢູ່ບ່ອນໃດ ແລະ ເຂົາເຈົ້າເຂົ້າໃຈຜິດຢູ່ບ່ອນໃດ ໂດຍອີງໃສ່ຄຸນລັກສະນະຂອງການບວກເລກສ່ວນທີ່ມີພຸດຕິກັນ ແລະ ພຸດຕ່າງກັນ. ເມື່ອວິເຄາະກິດຈະກຳຂອງແຕ່ລະກຸ່ມແລ້ວຈຶ່ງທຳການໄຈ້ແຍກວ່າວິທີການແກ້ໂຕໃດທີ່ສາມາດຈັດເຂົ້າເປັນແນວຄວາມຄິດດ້ານຄະນິດສາດໂຕທີ່ໜຶ່ງ ແລະ ວິທີການແກ້ໂຕໃດທີ່ສາມາດຈັດເຂົ້າເປັນແນວຄວາມຄິດດ້ານຄະນິດສາດໂຕທີ່ 2, ໂຕທີ່ 3 ແລະ ຕ່າງໄປ. ຕໍ່ມາ ເພື່ອໄຈ້ແຍກຄວາມເຂົ້າໃຈຂອງນັກສຶກສາຄູອະນຸບານຕໍ່ກັບການບວກເລກສ່ວນທີ່ມີພຸດຕິກັນ ແລະ ພຸດຕ່າງກັນ ຄຳອະທິບາຍຂອງແຕ່ລະກຸ່ມຕໍ່ກັບບົດເລກດັ່ງກ່າວແມ່ນຈະຖືກນຳມາວິເຄາະ ເພື່ອບົ່ງບອກເຖິງວ່າເຂົາເຈົ້າເຂົ້າໃຈແນວໃດ ແລະ ເປັນການຢືນຢັນຄວາມເຂົ້າໃຈຂອງເຂົາເຈົ້າຕໍ່ກັບຂະບວນການທີ່ສະມາຊິກໃນກຸ່ມຕົກລົງເຫັນດີກັນຕື່ມອີກ. ສຳລັບຄຳຖາມຂອງກິດຈະກຳໂຕທີ 1 ກ່ຽວກັບການບວກເລກສ່ວນທີ່ມີພຸດຕິກັນ ຈະເບິ່ງວ່ານັກສຶກສາຄູອະນຸບານສາມາດປ່ຽນຈາກບົດເລກໂຈດມາເປັນປະໂຫຍກສັນຍາລັກທາງຄະນິດສາດໄດ້ຫຼືບໍ່. ຈາກນັ້ນຈຶ່ງວິເຄາະຕື່ມວ່າເຂົາເຈົ້າຄຳນວນດ້ວຍວິທີໃດເຊັ່ນ: ດ້ວຍວິທີບວກຈຳນວນພຸດເຂົ້າກັບຈຳນວນພຸດ ແລະ ບວກພຸດເຂົ້າກັບພຸດ ຫຼື ວິທີຄູນໄຂວ່ ຫຼື ບໍ່. ຈາກນັ້ນຈຶ່ງວິເຄາະຕື່ມວ່າເຂົາເຈົ້າຄຳນວນໄດ້ຖືກຕ້ອງຕາມຫຼັກການທາງຄະນິດສາດ ຫຼື ບໍ່ ແລ້ວສຸດທ້າຍກໍວິເຄາະເບິ່ງວ່າເຂົາເຈົ້າສາມາດອະທິບາຍແນວຄວາມຄິດຂອງຕົນເອງໄດ້ຖືກຕ້ອງຕາມຂະບວນການທີ່ຕົນເອງເຮັດ ຫຼື ບໍ່. ສຳລັບກິດຈະກຳໂຕທີ 2 ກ່ຽວກັບການບວກເລກສ່ວນທີ່ມີພຸດຕ່າງກັນ ກໍຈະເບິ່ງວ່ານັກສຶກສານຳຄວາມຮູ້ໃນກິດຈະກຳທີ່ໜຶ່ງ ມາໃຊ້ໃນກິດຈະກຳທີ່ສອງແນວໃດ. ຈາກນັ້ນກໍເບິ່ງຂະບວນການຕ່າງໆທີ່ນັກສຶກສາເຮັດຄືກັນກັບການວິເຄາະກິດຈະກຳທີ່ໜຶ່ງ ໂດຍສະເພາະຈະເບິ່ງວ່ານັກສຶກສາຄູອະນຸບານສາມາດ ຫຼື ຮູ້ວິທີຂຶ້ນພຸດຮ່ວມໄດ້ ຫຼື ບໍ່ ແລ້ວຜົນການຄຳນວນຈະອອກມາເປັນແບບໃດ ພ້ອມກັບຄຳອະທິບາຍຂອງພວກເຂົາຕໍ່ກັບວິທີການດັ່ງກ່າວ.

4. ຜົນການຄົ້ນຄວ້າ

4.1 ແນວຄວາມຄິດ ແລະ ຄວາມເຂົ້າໃຈການບວກເລກສ່ວນທີ່ມີພູດຄືກັນ

ຄໍາຖາມກົດຈະກຳທີ 1 “ມີເຄັກ 1 ກ້ອນ ທ້າວ ກ ກິນ $\frac{1}{8}$ ແລະ ທ້າວ ຂ ກິນ $\frac{4}{8}$ ຂອງຈຳນວນເຄັກທັງໝົດ. ຖາມວ່າ ເຂົາເຈົ້າກິນເຄັກທັງໝົດເທົ່າໃດ? ຈົ່ງລະບາຍສີ ແລະ ຂຽນປະໂຫຍກສັນຍາລັກທາງຄະນິດສາດ?” ຜົນການວິເຄາະຂໍ້ມູນເຫັນວ່າ ມີຫຼາຍໆແນວຄວາມຄິດເກີດຂຶ້ນຄື: ນັກສຶກສາເຫັນເລກບວກເປັນເລກຄູນ, ຄູນໄຂ່ວແລ້ວຮັກສາພູດໄວ້, ເອົາຈຳນວນພູດບວກກັນແລ້ວຮັກສາພູດໄວ້, ແຍກສ່ວນທາສີ ແລະ ທາສີເອົາຈຳນວນທັງໝົດ.

ປະໂຫຍກສັນຍາລັກທາງຄະນິດສາດແມ່ນ $\frac{1}{8} + \frac{4}{8} = \frac{1+4}{8} = \frac{5}{8}$

ຮູບທີ 1: ເລກບວກເປັນເລກຄູນ

ຄູນໄຂ່ວແລ້ວຮັກສາພູດໄວ້: ນັກສຶກສາສາມາດລະບາຍສີເຄັກໃນສ່ວນທີ່ຖືກກິນໄປ $\frac{1}{8}$ ແລະ $\frac{4}{8}$ ໄດ້ຢ່າງຈະແຈ້ງ. ໃນນັ້ນ ຈຳນວນ $\frac{1}{8}$ ແມ່ນນັກສຶກສາຂີດເສັ້ນຖີ່ ແລະ ຈຳນວນ $\frac{4}{8}$ ແມ່ນເຂົາເຈົ້າຂີດເສັ້ນທ່າງເພື່ອໃຫ້ເຫັນຄວາມແຕກຕ່າງ. ພ້ອມນັ້ນ ເຂົາເຈົ້າຍັງໝາຍເລກສ່ວນທັງສອງໃສ່ຂ້າງຂອງສ່ວນທີ່ທາສີດັ່ງກ່າວ. ນອກຈາກນັ້ນ, ຈາກຄໍາຖາມທີ່ໃຫ້ ນັກສຶກສາຍັງສາມາດປ່ຽນຄໍາເວົ້າມາເປັນປະໂຫຍກສັນຍາລັກທາງຄະນິດສາດໄດ້. ແຕ່ສໍາລັບຂະບວນການຄຳນວນແມ່ນພວກເຂົາໃຊ້ວິທີຄູນໄຂ່ວ

ເລກບວກເປັນເລກຄູນ: ນັກສຶກສາຄູສາຍອະນຸບານປີທີ 1 ສາມາດແບ່ງເຄັກ (ວົງມົນ) ອອກເປັນ 8 ສ່ວນເທົ່າກັນໄດ້ຢ່າງຖືກຕ້ອງ. ແຕ່ເມື່ອພວກເຂົາຄິດໄລ່ ນັກສຶກສາໃຊ້ວິທີການຄູນໄຂ່ວໂດຍເອົາຈຳນວນພູດໂຕທີ 1 ຄູນກັບພູດໂຕທີ 2 ນັ້ນແມ່ນ $1 \times 8 = 8$ ແລະ ຄູນຈຳນວນພູດໂຕທີ 2 ກັບພູດໂຕທີ 1 ນັ້ນແມ່ນ $4 \times 8 = 32$. ຈາກນັ້ນເອົາຜົນອອກທັງສອງມາຄູນກັນອີກເທື່ອໜຶ່ງ ນັ້ນແມ່ນ $8 \times 32 = 256$ ກາຍເປັນຈຳນວນພູດຂອງຜົນອອກ ແລ້ວເອົາພູດໂຕທີ 1 ຄູນກັບພູດໂຕທີ 2 ນັ້ນແມ່ນ $8 \times 8 = 64$ ກາຍເປັນພູດຂອງຜົນອອກທັງໝົດ. ດັ່ງນັ້ນ, ຄໍາຕອບຂອງແນວຄວາມຄິດນີ້ຈຶ່ງເປັນ $\frac{1}{8} + \frac{4}{8} = \frac{8 \times 32}{64} = \frac{256}{64}$ (ເບິ່ງຮູບທີ 1).

ໂດຍເອົາຈຳນວນພູດໂຕທໍາອິດຄູນກັບພູດໂຕທີສອງ ($1 \times 8 = 8$) ແລະ ເອົາຈຳນວນພູດໂຕທີສອງຄູນກັບພູດໂຕທໍາອິດ ($4 \times 8 = 32$). ຈາກນັ້ນເອົາຜົນຄູນຂອງສອງຈຳນວນດັ່ງກ່າວມາບວກກັນກາຍເປັນຈຳນວນພູດຂອງຜົນອອກ. ສ່ວນພູດຂອງຜົນອອກນັ້ນແມ່ນຮັກສາໄວ້ຄືເກົ່າ ນັ້ນແມ່ນ $\frac{1}{8} + \frac{4}{8} = \frac{8+32}{8} = \frac{40}{8} = 5$. ຖ້າທຽບຜົນອອກຂອງການຄຳນວນນີ້ກັບຈຳນວນເຄັກທີ່ຖືກກິນ ຫຼື ຈຳນວນທີ່ທາສີທັງໝົດຈະເຫັນວ່າແມ່ນເລກ 5 ຄືກັນ (ເບິ່ງຮູບ 2).

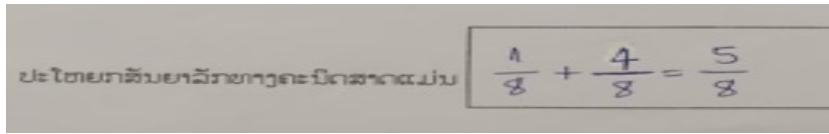
ປະໂຫຍກສັນຍາລັກທາງຄະນິດສາດແມ່ນ $\frac{1}{8} + \frac{4}{8} = \frac{1+4}{8} = \frac{5}{8}$

ຮູບທີ 2: ການຄູນໄຂ່ວຂອງນັກສຶກສາ

ເອົາຈຳນວນພູດບວກກັນແລ້ວຮັກສາພູດໄວ້: ຈາກການສອນຄັ້ງທີ 2 ສໍາລັບນັກສຶກສາປີ 1 ຫ້ອງ 2 ເຫັນວ່າ ນັກສຶກສາກຸ່ມ 1, 2, 3, 5 ແລະ 6 ສາມາດແບ່ງວົງມົນອອກເປັນ 8 ສ່ວນເທົ່າກັນ. ເຂົາເຈົ້າສາມາດທາສີເອົາ $\frac{1}{8}$ ແລະ $\frac{4}{8}$ ຂອງສ່ວນເຄັກທີ່ຖືກກິນໄປໂດຍໃຊ້ສີຟ້າ ແລະ ສີແດງເພື່ອແຍກໃຫ້ເຫັນແຕ່ລະສ່ວນໄດ້ຢ່າງຖືກຕ້ອງ. ສ່ວນດ້ານການຂຽນ ແລະ ການຄຳນວນ ນັກສຶກສາສາມາດຂຽນປະໂຫຍກສັນຍາລັກທາງຄະນິດສາດ $\frac{1}{8} + \frac{4}{8} =$

$\frac{1+4}{8} = \frac{5}{8}$ ໄດ້ ແລະ ສາມາດຄຳນວນບົດເລກກ່ຽວກັບການບວກເລກສ່ວນທີ່ມີພູດຄືກັນໄດ້ຢ່າງຖືກຕ້ອງ. ເນື່ອງຈາກວ່າເປັນເລກສ່ວນທີ່ມີພູດຄືກັນ ນັກສຶກສາເອົາຈຳນວນພູດບວກເຂົ້າກັນ ນັ້ນແມ່ນເອົາ $1+4 = 5$ ແລ້ວຮັກສາພູດຄືເກົ່າ ເຊິ່ງຜົນອອກມາແມ່ນ $\frac{5}{8}$ ຈາກຂະບວນການດັ່ງກ່າວເຫັນວ່ານັກສຶກສາເຂົ້າໃຈວ່າ ເວລາ

ບວກເລກສ່ວນທີ່ມີພຸດຄືກັນແມ່ນເອົາຈຳນວນພຸດບວກກັນແລ້ວ
ຮັກສາພຸດໄວ້ຄືເກົ່າ (ເບິ່ງຮູບທີ 3).



ປະໂຫຍກສັນຍາລັກທາງຄະນິດສາດແມ່ນ $\frac{1}{8} + \frac{4}{8} = \frac{5}{8}$

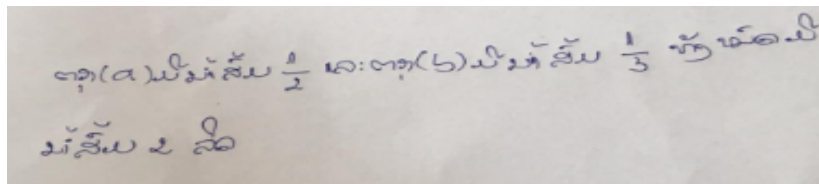
ຮູບທີ 3: ເອົາຈຳນວນພຸດບວກກັນ ແລະ ຮັກສາພຸດ

3.2. ແນວຄວາມຄິດ ແລະ ຄວາມເຂົ້າໃຈຂອງການບວກເລກສ່ວນທີ່ມີພຸດຕ່າງກັນ

ຄຳຖາມກົດຈະກຳທີ 2 “ຕຸກ (a) ມີນ້ຳສົ້ມ $1/2$ ລິດ ແລະ ຕຸກ (b) ມີນ້ຳສົ້ມ $1/3$ ລິດ ຖາມວ່າທັງໝົດມີນ້ຳສົ້ມຈັກລິດ?” ຜົນການວິເຄາະຂໍ້ມູນພົບວ່າ ມີ 4 ຄວາມຄິດທີ່ແຕກຕ່າງກັນທີ່ນັກສຶກສາສາມາດເຮັດໄດ້ດັ່ງລຸ່ມນີ້:

ບວກຈຳນວນພຸດເຂົ້າກັນແລ້ວປະພຸດ: ນັກສຶກສາກຸ່ມນີ້ມີຄວາມເຂົ້າໃຈວ່າ ເມື່ອຖອກນ້ຳສົ້ມ $1/2$ ລິດ ຈາກຕຸກ (a) ໃສ່ຕຸກ (b) ທີ່ມີນ້ຳສົ້ມ $1/3$ ລິດ ຈະໄດ້ນ້ຳສົ້ມ 2 ລິດ. ນີ້ໝາຍຄວາມວ່ານັກສຶກສາເອົາຈຳນວນພຸດບວກຈຳນວນພຸດ ແລ້ວປະພຸດ. ພວກເຂົາໃສ່ໃຈສະເພາະຈຳນວນເຕັມແຕ່ບໍ່ໄດ້ຄຳນຶງເຖິງການພົວພັນລະຫວ່າງຮູບແຕ້ມກັບບົດເລກ ແລະ ການພົວພັນລະຫວ່າງພຸດກັບຈຳນວນພຸດຂອງບົດເລກ. ນັກສຶກສາບໍ່ໄດ້ສະແດງປະ

ໂຫຍກສັນຍາລັກທາງຄະນິດສາດຢ່າງຈະແຈ້ງວ່າເຂົາເຈົ້າຄຳນວນແບບໃດ. ແຕ່ຄະນະຜູ້ວິໄຈຄາດວ່າຖ້າຂຽນປະໂຫຍກສັນຍາລັກທາງຄະນິດສາດຈະເປັນ $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = 1 + 1 = 2$ ທີ່ກົງກັບຄຳຕອບຂອງເຂົາເຈົ້າແມ່ນ 2 ລິດ. ເພື່ອຄວາມກະຈ່າງແຈ້ງ ຄູໄດ້ຖາມຄວາມເຂົ້າໃຈຂອງນັກສຶກສາສາວ່າ “ເປັນຫຍັງຈຶ່ງອອກ 2 ລິດ?” ນັກສຶກສາຕອບແບບງ່າຍໆວ່າ “ເອົາແຕ່ 1 ທາງເທິງບວກກັນໂດຍບໍ່ສົນໃຈນຳທາງລຸ່ມ” ຖ້າສັງເກດຮູບແຕ້ມນັກສຶກສາອາດເຂົ້າໃຈຜິດວ່າ ຕຸກ (b) ມີນ້ຳສົ້ມ $1/3$ ລິດແລ້ວ ແລະ ຍັງເຫຼືອສອງສ່ວນຈຶ່ງເຮັດໃຫ້ຕຸກ (b) ເຕັມ. ດັ່ງນັ້ນ, ເມື່ອເອົານ້ຳສົ້ມຢູ່ຕຸກ (a) ມາຖອກໃສ່ຕຸກ (b) ນ້ຳຈະເຕັມຕຸກພໍດີ. ແຕ່ກົງກັນຂ້າມ ຖ້ານັກສຶກສາບໍ່ສົນໃຈກັບພຸດກໍຈະເຫັນວ່າຕຸກ (a) ມີນ້ຳສົ້ມ 1 ລິດ ແລະ ຕຸກ (b) ກໍມີນ້ຳສົ້ມ 1 ລິດ ເມື່ອເອົາມາລວມກັນກໍຈະກາຍເປັນນ້ຳສົ້ມ 2 ລິດ (ເບິ່ງຮູບທີ 4).



ຕຸກ (a) ມີນ້ຳສົ້ມ $\frac{1}{2}$ ລິດ ອາດຕຸກ (b) ມີນ້ຳສົ້ມ $\frac{1}{3}$ ລິດ ຫຼັງຈາກນີ້
ນ້ຳສົ້ມ 2 ລິດ

ຮູບທີ 4: ບວກຈຳນວນພຸດເຂົ້າກັນແລ້ວປະພຸດ

ບວກຈຳນວນພຸດກັບຈຳນວນພຸດ ແລະ ບວກພຸດກັບພຸດ: ຜົນການວິເຄາະກົດຈະກຳທີ 2 ເຫັນວ່າ ມີ 5 ກຸ່ມທີ່ມີແນວຄວາມຄິດຄືກັນ ນັ້ນແມ່ນການບວກເລກສ່ວນທີ່ມີພຸດຕ່າງກັນແມ່ນເອົາທາງເທິງ (ຈຳນວນພຸດ) ບວກກັບທາງເທິງ ແລະ ເອົາທາງລຸ່ມ (ພຸດ) ບວກກັບທາງລຸ່ມ. ນັກສຶກສາເຂົ້າໃຈວ່າຕົວເລກເບື້ອງເທິງ (ຈຳນວນພຸດ) ແລະ ຕົວເລກເບື້ອງລຸ່ມ (ພຸດ) ບໍ່ມີສ່ວນພົວພັນກັນຈຶ່ງເຮັດໃຫ້ການຄຳນວນກໍ່ແຍກກັນລະຫວ່າງເບື້ອງເທິງກັບເບື້ອງລຸ່ມ. ນັກສຶກສາຍັງຂາດການສົມທຽບລະຫວ່າງຮູບພາບກັບປະໂຫຍກສັນຍາລັກທາງຄະນິດສາດທີ່ນັກສຶກສາຄຳນວນອອກ

ມາ. ເຂົາເຈົ້າຂາດການສົມທຽບຄວາມເປັນຈິງໃນຊີວິດປະຈຳວັນກັບຜົນການຄຳນວນຂອງຕົວເລກວ່າມັນສົມສ່ວນກັນສຳໃດ. ນັກສຶກສາຄິດໄລ່ເປັນ $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{1+1}{2+3} = \frac{2}{5}$ ເຊິ່ງແມ່ນຄືກັນກັບການບວກເລກຖ້ວນທຳມະດາ. ຖ້າສົມທຽບຄຳຕອບຂອງແນວຄວາມຄິດດັ່ງກ່າວກັບສະພາບນ້ຳສົ້ມຕົວຈິງໃນຕຸກທີ່ເອົາມາຖອກລວມກັນຈະເຫັນວ່າ ນ້ຳສົ້ມ $2/5$ ລິດ ນີ້ຍັງບໍ່ໄດ້ເຄິ່ງຕຸກ ເຊິ່ງມັນຈະຂັດກັນກັບຄຳຖາມທີ່ວ່າ ຕຸກ (a) ມີນ້ຳສົ້ມ $1/2$ ລິດ ເຊິ່ງໝາຍຄວາມວ່າແມ່ນເຄິ່ງໜຶ່ງຂອງຕຸກ (a) ແລ້ວ. ດັ່ງນັ້ນ, ຖ້າມີນ້ຳສົ້ມມາຕື່ມໃສ່ໃນປະລິມານ $1/3$ ລິດ ຜົນລວມມັນຕ້ອງກາຍເຄິ່ງແນ່ນອນ. ສະນັ້ນ, ອາດເວົ້າໄດ້ວ່ານັກສຶກສາຄອະນຸບານປີ 1 ໂດຍ

ສະເພາະກຸ່ມ 5 ກຸ່ມຂອງຫ້ອງ ກ ແລະ ກຸ່ມ 4, 5, 6 ຂອງຫ້ອງ ຂ
ນີ້ຍັງບໍ່ທັນເຂົ້າໃຈໃນຂະບວນການຄຳນວນເລກສ່ວນທີ່ມີພຸດຕ່າງ

ກັນ ແລະ ຍັງບໍ່ທັນເຂົ້າໃຈແນວຄວາມຄິດ (ມະໂນພາບ) ຂອງ
ການບວກເລກສ່ວນທີ່ມີພຸດຕ່າງກັນ (ເບິ່ງຮູບທີ 5)

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{1+1}{2+3} = \frac{2}{5}$$

ຕອບ: ນ້ຳ ສົມທັງ ເໝາະກັບ $\frac{2}{5}$ ລົດ.

ທັງໝົດນີ້ນ້ຳສົມ:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{1+1}{2+3} = \frac{2}{5}$$

ຮູບທີ 5: ບວກຈຳນວນພຸດກັບຈຳນວນພຸດ ແລະ ພຸດກັບພຸ

ຄຸນໄຂ່ວແລ້ວເອົາຈຳນວນພຸດບວກກັນ ແລະ ພຸດບວກ
ກັນ: ຜົນການວິເຄາະໃບກົດຈະກຳຂອງນັກສຶກສາຂອງກຸ່ມ 1 ພົບ
ວ່າ ນັກສຶກສາສາມາດປ່ຽນປະໂຫຍກຄຳເວົ້າມາເປັນປະໂຫຍກສັນ
ຍາລັກທາງຄະນິດສາດໄດ້ຢ່າງຖືກຕ້ອງ ນັ້ນແມ່ນ $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ ແຕ່ເມື່ອ
ນັກສຶກສາດຳເນີນການຄຳນວນເຫັນວ່າ ມີການຄຳນວນທີ່ຂ້ອນຂ້າງ
ສັບສົນເຊິ່ງສາມາດອະທິບາຍເປັນແຕ່ລະຂັ້ນຕອນດັ່ງນີ້: ທຳອິດ
ເຂົາເຈົ້າຄຸນໄຂ່ວກ່ອນດ້ວຍການເອົາຈຳນວນພຸດໂຕທີ 1 ຄຸນກັບ
ພຸດໂຕທີ 2 ນັ້ນແມ່ນ $1 \times 3 = 3$ ແລະ ເອົາຈຳນວນພຸດໂຕທີ 2
ຄຸນກັບພຸດໂຕທີ 1 ນັ້ນແມ່ນ $1 \times 2 = 2$. ຕໍ່ມາເຂົາເຈົ້າເອົາຜົນຄຸນ

ຂອງສອງຈຳນວນດັ່ງກ່າວມາບວກກັນກາຍເປັນຈຳນວນພຸດຂອງ
ຄຳຕອບ ແລະ ເອົາພຸດບວກກັນກາຍເປັນພຸດຂອງຄຳຕອບ ນັ້ນ
ແມ່ນ $\frac{2 \times 1 + 3 \times 1}{2+3}$ ສຸດທ້າຍຈິ່ງໄດ້ຄຳຕອບ $\frac{5}{5}$ ຈາກຂະບວນການດັ່ງ
ກ່າວນີ້ ນັກສຶກສາອາດເຂົ້າໃຈວ່າ ເມື່ອເອົານ້ຳສົມທັງສອງຕຸກມາ
ລວມເຂົ້າກັນຈະໄດ້ນ້ຳສົມ 1 ຕຸກ ແຕ່ບໍ່ໄດ້ຄຳນຶງເຖິງປະລິມານ
ຂອງນ້ຳສົມໃນຕຸກດັ່ງກ່າວວ່າເຕັມ ຫຼື ບໍ່ເຕັມ. ນັ້ນສະແດງໃຫ້ເຫັນ
ວ່ານັກສຶກສາຍັງບໍ່ທັນເຂົ້າໃຈທາງດ້ານແນວຄວາມຄິດຂອງ
ການບວກເລກສ່ວນທີ່ມີພຸດຕ່າງກັນ ແລະ ກໍຍັງບໍ່ທັນເຂົ້າໃຈຂະ
ບວນການຄຳນວນນຳອີກ (ຮູບ 6).

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{2+3}{5} = \frac{5}{5}$$

ຮູບທີ 6: ຄຸໄຂ່ວແລ້ວເອົາຈຳນວນພຸດບວກກັນ ແລະ ພຸດບວກກັນ

ຂຶ້ນພຸດຮ່ວມ, ເອົາຈຳນວນພຸດບວກກັນ ແລະ ເອົາພຸດ
ຄຸນກັນ: ຜົນການວິເຄາະໃບກົດຈະກຳຂອງນັກສຶກສາກຸ່ມທີ 1
ແລະ ກຸ່ມທີ 3 ເຫັນວ່າພວກເຂົາສາມາດປ່ຽນຈາກປະໂຫຍກຄຳ
ເວົ້າມາເປັນປະໂຫຍກສັນຍາລັກທາງຄະນິດສາດໄດ້ຢ່າງຖືກຕ້ອງ.
ສ່ວນການຄິດໄລ່ບົດເລກກ່ຽວກັບການບວກເລກສ່ວນທີ່ມີພຸດ
ຕ່າງກັນນັ້ນພວກເຂົາປະຕິບັດຕາມຂັ້ນຕອນໄດ້ຢ່າງຖືກຕ້ອງ.
ພວກເຂົານຳໃຊ້ຂະບວນການຂຶ້ນພຸດຮ່ວມ ຫຼື ການຄຸນໄຂ່ວ ດ້ວຍ
ການເອົາຈຳນວນພຸດຂອງເລກສ່ວນໂຕທຳອິດຄຸນກັບພຸດຂອງເລກ
ສ່ວນໂຕທີສອງ (1×3) ແລະ ເອົາຈຳນວນພຸດໂຕທີສອງຄຸນກັບ
ພຸດໂຕທຳອິດ (1×2). ຈາກນັ້ນເອົາຜົນອອກຂອງທັງສອງມາບວກ

ກັນ ($3+2$) ກາຍເປັນຈຳນວນພຸດຂອງຜົນອອກ ແລະ ເອົາພຸດທັງ
ສອງຄຸນກັນ (2×3) ກາຍເປັນພຸດຂອງຜົນອອກ. ເຊິ່ງຖ້າຂຽນເປັນ
ປະໂຫຍກສັນຍາລັກທາງຄະນິດສາດຈະເປັນ $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} =$
 $\frac{3 \times 1 + 2 \times 1}{2 \times 3} = \frac{3+2}{6} = \frac{5}{6}$ ຈາກຂະບວນການດັ່ງກ່າວນັ້ນອາດເວົ້າໄດ້
ວ່ານັກສຶກສາທັງສອງກຸ່ມນີ້ມີຄວາມເຂົ້າໃຈທາງດ້ານມະໂນພາບ
ຂອງເລກສ່ວນ ແລະ ມີຄວາມເຂົ້າໃຈທາງດ້ານຂະບວນການຄຳ
ນວນ. ຖ້າເບິ່ງຄືນແນວຄວາມຄິດຂອງກຸ່ມ 1 ແລະ ກຸ່ມ 3 ໃນກົດ
ຈະກຳທີ 1 ກ່ຽວກັບການບວກເລກສ່ວນທີ່ມີພຸດຄືກັນກໍເຫັນວ່າ
ເຂົາເຈົ້າມີຄວາມເຂົ້າໃຈເປັນຢ່າງດີ ອັນເປັນພື້ນຖານອັນສຳຄັນໃນ
ການຄຳນວນການບວກເລກສ່ວນທີ່ມີພຸດຕ່າງກັນໃນກົດຈະກຳນີ້
ໄດ້.

5. ອະພິປາຍຜົນ

ແນວຄວາມຄິດຂອງນັກສຶກສາຄູອະນຸບານຕໍ່ກັບການບວກເລກສ່ວນທີ່ມີພຸດຄືກັນ ແລະ ຕ່າງກັນແມ່ນມີຫຼາຍແນວຄວາມຄິດ. ສ່ວນຫຼາຍແລ້ວນັກສຶກສາມັກເຂົ້າໃຈຜິດວ່າໂຕເລກທາງເທິງ (ຈຳນວນພຸດ) ກັບຕົວເລກທາງລຸ່ມ (ພຸດ) ບໍ່ມີສ່ວນພົວພັນກັນ ອັນເຮັດໃຫ້ເຂົາເຈົ້າຄຳນວນດ້ວຍການເອົາຈຳນວນພຸດບວກກັນ ແລະ ເອົາພຸດບວກກັນ ຫຼື ແນວຄວາມຄິດຄ້າຍຄືກັນ ແມ່ນຄຸນໄຂ່ວພ້ອມກັບເອົາຈຳນວນພຸດບວກກັນ ແລະ ພຸດບວກກັນ. ສາຍເຫດທີ່ເຮັດໃຫ້ນັກສຶກສາມີຄວາມເຂົ້າໃຈດັ່ງກ່າວອາດເປັນຍ້ອນວ່ານັກສຶກສາມີຄວາມເຄີຍຊື່ນກັບການບວກຈຳນວນຖ້ວນກັບຈຳນວນຖ້ວນ ແລະ ຄວາມບໍ່ເຂົ້າໃຈກ່ຽວກັບມະໂນພາບຂອງເລກສ່ວນ. Vinner, Hershkowitz & Bruckheimer (1981) ຈັດປະເພດໄວ້ວ່າ ກໍລະນີດັ່ງກ່າວແມ່ນຜູ້ຮຽນເຮັດຜິດໃນປະເພດທີ່ບໍ່ມີພຸດຮ່ວມກັນ. ຖ້າຜູ້ຮຽນບໍ່ຄຳນຶງເຖິງພຸດຮ່ວມແລ້ວພາກເຂົາຈະຄຳນວນດ້ວຍການເອົາຈຳນວນພຸດບວກຈຳນວນພຸດ ແລະ ພຸດບວກພຸດເຊັ່ນ: $1/2 + 1/5 = 2/7$. ອີກອັນໜຶ່ງ ຍ້ອນຄວາມບໍ່ເຂົ້າໃຈໃນມະໂນພາບຂອງເລກສ່ວນອັນເຮັດໃຫ້ນັກສຶກສາທັງໝົດ 6 ກຸ່ມຂອງການສອນຄັ້ງທີ 1 ບໍ່ສາມາດແຕ້ມຮູບທີ່ສະແດງໃຫ້ເຫັນຢ່າງຈະແຈ້ງວ່າສ່ວນໃດແມ່ນ $\frac{1}{8}$ ແລະ $\frac{4}{8}$ ອີກປັດໄຈໜຶ່ງອາດເປັນຍ້ອນວ່າຜູ້ຮຽນຍັງບໍ່ທັນເຂົ້າໃຈຫົວໜ່ວຍຂອງເລກສ່ວນ. ຖ້າຫາກຜູ້ຮຽນບໍ່ທັນຮູ້ເຖິງຄວາມສຳຄັນຂອງຫົວໜ່ວຍເລກສ່ວນວ່າມີຄວາມແຕກຕ່າງຈາກຫົວໜ່ວຍໃນເລື່ອງອື່ນໆຈະມີຄວາມເຂົ້າໃຈຊັກຊ້າຕໍ່ກັບແນວຄວາມຄິດຂອງເລກສ່ວນນັ້ນໆ (Lamon, 1996). ແນວໃດກໍຕາມ ນັກສຶກສາຄູສ່ວນຫຼາຍເກັ່ງທາງດ້ານການຄຳນວນເລກສ່ວນ (ຄວາມເຂົ້າໃຈໃນຂະບວນການ) ແຕ່ພວກເຂົາພົບຄວາມຫຍຸ້ງຍາກຫຼາຍໃນການຫາສິ່ງມາປ່ຽນແທນເລກສ່ວນດັ່ງກ່າວມາເປັນປະໂຫຍກຄຳເວົ້າ ໂດຍສະເພາະເມື່ອໃຫ້ນັກສຶກສາສ້າງປະໂຫຍກຄຳຖາມເອງຂອງການຄຳນວນເລກສ່ວນທີ່ພົວພັນກັບຊີວິດປະຈຳວັນ (ຄວາມເຂົ້າໃຈທາງດ້ານແນວຄວາມຄິດ) (Toluk-Uçar, 2009).

ອີກຄວາມເຂົ້າໃຈໜຶ່ງທີ່ນັກສຶກສາຄຳນວນກ່ຽວກັບການບວກເລກສ່ວນບໍ່ວ່າຈະເປັນເລກສ່ວນທີ່ມີພຸດຄືກັນ ຫຼື ຕ່າງກັນ ເຂົາເຈົ້າບວກຈຳນວນພຸດເຂົ້າກັນແລ້ວປະພຸດ. ເຊິ່ງວິທີການດັ່ງກ່າວສະແດງໃຫ້ເຫັນຢ່າງຈະແຈ້ງວ່ານັກສຶກສາເຄີຍຊື່ນແຕ່ຈຳນວນຖ້ວນ ແຕ່ບໍ່ເຂົ້າໃຈເລກສ່ວນ ຈຶ່ງເຮັດໃຫ້ນັກສຶກສາບໍ່ສົນໃຈ

ຕໍ່ກັບພຸດ ແລ້ວປັບໃຫ້ເປັນຈຳນວນເຕັມ. ຜົນການວິເຄາະຂໍ້ມູນນີ້ກໍ່ໄດ້ນອນຢູ່ໃນປະເພດຍ່ອຍທີ 5 ຂອງກຸ່ມທີ່ໜຶ່ງ ກຸ່ມບໍ່ມີພຸດຮ່ວມ ທີ່ Vinner, Hershkowitz & Bruckheimer (1981) ໄດ້ຈັດປະເພດໄວ້ ນັ້ນແມ່ນ ເອົາຈຳນວນພຸດບວກກັນແລ້ວປະພຸດ. ຂວັນ ເພຍຊ້າຍ ແລະ ພິນຍາພັນ ຮ່ວມຊາດ (2011) ພົບວ່ານັກສຶກສາຄູມີຄວາມຫຍຸ້ງຍາກໃນການເຂົ້າໃຈສະຖານະການຂອງໂຈດບັນຫາ, ແນວຄວາມຄິດຂອງບັນຫາ, ຂັ້ນຕອນການຄິດໄລ່ ແລະ ພາສາສັນຍາລັກ. ນັກສຶກສາຄູສ່ວນຫຼາຍໜ້ນໃຈແຕ່ໃຊ້ວິທີຄຸນໄຂ່ວຢ່າງດຽວເພື່ອແກ້ເລກສ່ວນ ໂດຍບໍ່ຄຳນຶງເຖິງການແກ້ດ້ວຍການໃຊ້ຮູບພາບ, ການບວກເພີ່ມ, ການໃຊ້ອັດຕາຕໍ່ໜຶ່ງໜ່ວຍ ແລະ ການປ່ຽນໂຕປະກອບ. ນັກສຶກສາຄູບໍ່ເຫັນການພົວພັນລະຫວ່າງເນື້ອເລື່ອງຂອງຄຳຖາມກັບບົດເລກທີ່ໃຫ້ ແຕ່ສຸມໃສ່ຫຼັກການ ຫຼື ຂະບວນການຄຳນວນເລກສ່ວນເທົ່ານັ້ນ ແຕ່ຂາດພື້ນຖານດ້ານການໃຊ້ຕົວປ່ຽນແທນຂອງພຶດຊະຄະນິດໃນເວລາແກ້ບົດເລກ (Adu-Gyamfi, Schwartz, Sinicrope & Bossé, 2019). Byrnes and Wasik (1991) ພົບວ່າ ນັກຮຽນມີຄວາມຮູ້ທາງດ້ານແນວຄວາມຄິດກ່ຽວກັບເລກສ່ວນກ່ອນທີ່ຈະມີຄວາມຮູ້ທາງດ້ານວິທີການຄິດໄລ່. ການວິໄຈຍັງພົບອີກວ່າການບວກເລກສ່ວນທີ່ມີພຸດຕ່າງກັນ ແລະ ການປຽບທຽບເລກສ່ວນຕ້ອງການຄວາມຮູ້ຊະນິດດຽວກັນເພື່ອຈຳແນກວ່າມັນທຽບເທົ່າກັນ ຫຼື ແຕກຕ່າງກັນ. Peck and Jencks (1981) ສຳພາດນັກຮຽນ 100 ກວ່າຄົນກ່ຽວກັບຄວາມເຂົ້າໃຈຂອງພວກເຂົາໃນເລກສ່ວນ ພົບວ່າ ໜ້ອຍກວ່າ 10 % ທີ່ສະແດງໃຫ້ເຫັນວ່າພວກເຂົາເຂົ້າໃຈແນວຄວາມຄິດຂອງເລກສ່ວນ. ໃນທຳນອງດຽວກັບ ປະມານ 35 % ຂອງນັກຮຽນສາມາດແກ້ເລກສ່ວນຕາມຂັ້ນຕອນໄດ້ທັງໆທີ່ພວກເຂົາບໍ່ເຂົ້າໃຈແນວຄວາມຄິດຂອງບົດເລກດັ່ງກ່າວ. Baroody (1992) ພົບວ່າ ນັກຮຽນຈະຮຽນຮູ້ກົດຕ່າງໆຂອງບົດເລກໃນພຶດຕິກຳແບບທ່ອງຈຳກ່ອນໂດຍທີ່ບໍ່ເຂົ້າໃຈແນວຄວາມຄິດທີ່ແຝງໃນຂະບວນການແກ້ດັ່ງກ່າວ. ໂດຍຜ່ານການຝຶກຝົນຫຼາຍໆຄັ້ງຕໍ່ກັບຂັ້ນຕອນດັ່ງກ່າວ ນັກຮຽນຈະສາມາດຈຳແນກ ແລະ ຮຽນຮູ້ກ່ຽວກັບແນວຄວາມຄິດຂອງບົດເລກທີ່ກ່ຽວຂ້ອງໄດ້.

6. ສະຫຼຸບຜົນ

ຜົນຂອງການວິໄຈນີ້ສະແດງໃຫ້ເຫັນວ່ານັກສຶກສາຄູອະນຸບານປີທີ 1 ມີຫຼາກຫຼາຍແນວຄວາມຄິດໃນການແບ່ງສ່ວນ ແລະ

ບວກເລກສ່ວນທີ່ມີພຸດຕິກັນ ແລະ ຕ່າງກັນ. ສໍາລັບການບວກເລກສ່ວນທີ່ມີພຸດຕິກັນເຫັນວ່ານັກສຶກສາມີ 5 ແນວຄວາມຄິດທີ່ແຕກຕ່າງກັນຄື: ປ່ຽນຈາກເລກບວກເປັນເລກຄູນ, ແຍກສ່ວນທາສີ, ທາສີເອົາຈຳນວນທັງໝົດ, ຄູນໄຂ່ວແລ້ວເອົາຈຳນວນພຸດບວກເຂົ້າກັນແຕ່ຮັກສາພຸດໄວ້, ແລະ ເອົາຈຳນວນພຸດບວກກັນແລ້ວຮັກສາພຸດໄວ້. ໃນນັ້ນ, 4 ແນວຄວາມຄິດທໍາອິດສະແດງໃຫ້ເຫັນເຖິງການເຂົ້າໃຈຜິດຂອງນັກສຶກສາຕໍ່ກັບດ້ານຂະບວນການຄຳນວນ ແລະ ດ້ານມະໂນພາບຂອງເລກສ່ວນ. ສໍາລັບການບວກເລກສ່ວນທີ່ມີພຸດຕ່າງກັນ ຜົນການສຶກສານີ້ພົບ 4 ແນວຄວາມຄິດທີ່ຕ່າງກັນຄື: ບວກຈຳນວນພຸດເຂົ້າກັນແລ້ວປະພຸດ, ບວກຈຳນວນພຸດກັບຈຳນວນພຸດ ແລະ ບວກພຸດກັບພຸດ, ຄູນໄຂ່ວພ້ອມກັບເອົາຈຳນວນພຸດບວກກັນ ແລະ ພຸດບວກກັນ, ຂຶ້ນພຸດຮ່ວມ ຫຼື ຄູນໄຂ່ວພ້ອມກັບເອົາຈຳນວນພຸດບວກກັນ ແລະ ພຸດຄູນກັນ. ຈາກແນວຄວາມຄິດດັ່ງກ່າວເຫັນວ່າ 3 ແນວຄວາມຄິດທໍາອິດສະແດງເຖິງຄວາມເຂົ້າໃຈຜິດຂອງນັກສຶກສາຕໍ່ກັບການບວກເລກສ່ວນທີ່ມີພຸດຕ່າງກັນ. ເຊິ່ງເຂົາເຈົ້າເຂົ້າໃຈຜິດທາງດ້ານຂະບວນການຄຳນວນ ແລະ ດ້ານມະໂນພາບຂອງເລກສ່ວນ.

ເພື່ອປັບປຸງການຮຽນການສອນໃນຫົວຂໍ້ດັ່ງກ່າວໃຫ້ດີຂຶ້ນ ຜູ້ສອນຄວນສ້າງຄວາມສໍານຶກພື້ນຖານໃຫ້ກັບນັກສຶກສາໃຫ້ແໜ້ນດ້ວຍການເອົາວັດຖຸຈິງມາໃຫ້ນັກສຶກສາໄດ້ທົດລອງແບ່ງສ່ວນ ແລະ ລວມເຂົ້າກັນ ແລ້ວຂຽນຜົນການທົດລອງອອກມາ. ຈາກນັ້ນໃຫ້ນັກສຶກສາສົມທຽບລະຫວ່າງການຄຳນວນຕາມຫຼັກການຄະນິດສາດ ກັບການປະຕິບັດຕົວຈິງວ່າເປັນແນວໃດ. ຄູສອນຄວນເນັ້ນໃຫ້ນັກສຶກສາເຂົ້າໃຈເຖິງຄວາມສໍາພັນກັນລະຫວ່າງຈຳນວນພຸດ ກັບ ພຸດ ແລະ ການທຽບເທົ່າກັນຂອງເລກສ່ວນ ເພື່ອໃຫ້ເຂົາເຈົ້າມີຄວາມລະມັດລະວັງຢູ່ສະເໝີໃນເວລາຄິດໄລ່. ສໍາລັບການສຶກສາຄັ້ງຕໍ່ໄປຄວນລົງເລິກໃຫ້ນັກສຶກສາເຮັດກິດຈະກຳເປັນລາຍບຸກຄົນດ້ວຍການໃຫ້ເຂົາເຈົ້າແກ້ບົດເລກ ພ້ອມທັງຂຽນຄໍາອະທິບາຍໃສ່ໃບກິດຈະກຳຂອງໃຜລາວໂດຍທີ່ບໍ່ໃຫ້ເຂົາເຈົ້າກ່າຍກັນ.

7. ຂໍ້ສະເໜີແນະ

ຜົນຂອງການຄົ້ນຄວ້ານີ້ສະແດງໃຫ້ເຫັນວ່ານັກສຶກສາຄູອະນຸບານປີທີ 1 ມີຫຼາກຫຼາຍແນວຄວາມຄິດໃນການແບ່ງສ່ວນ

ແຕ່ຍັງມີຂໍ້ຈຳກັດໃນດ້ານຂະບວນການຄຳນວນ ແລະ ດ້ານມະໂນພາບຂອງເລກສ່ວນ ໂດຍສະເພາະການບວກເລກສ່ວນທີ່ມີພຸດຕ່າງກັນ. ສໍາລັບການຮຽນການສອນໃນຫົວຂໍ້ດັ່ງກ່າວຜູ້ສອນຄວນສ້າງຄວາມສໍານຶກພື້ນຖານໃຫ້ກັບນັກສຶກສາໃຫ້ແໜ້ນດ້ວຍການເອົາວັດຖຸຈິງມາໃຫ້ນັກສຶກສາໄດ້ທົດລອງແບ່ງສ່ວນ ແລະ ລວມເຂົ້າກັນ ແລ້ວຂຽນຜົນການທົດລອງອອກມາ. ຈາກນັ້ນໃຫ້ນັກສຶກສາສົມທຽບລະຫວ່າງການຄຳນວນຕາມຫຼັກການຄະນິດສາດ ກັບການປະຕິບັດຕົວຈິງ ວ່າມີຄວາມແຕກກ່າງກັນແນວໃດ. ຄູສອນຄວນເນັ້ນໃຫ້ນັກສຶກສາເຂົ້າໃຈເຖິງຄວາມສໍາພັນກັນລະຫວ່າງຈຳນວນພຸດ ແລະ ພຸດ ແລະ ການທຽບເທົ່າກັນຂອງເລກສ່ວນ ເພື່ອໃຫ້ເຂົາເຈົ້າມີຄວາມລະມັດລະວັງຢູ່ສະເໝີໃນເວລາຄິດໄລ່.

ການສຶກສາຄັ້ງນີ້ໄດ້ເນັ້ນໜັກໃສ່ແນວຄວາມຄິດດ້ານຄະນິດສາດຂອງກຸ່ມເປັນຫຼັກ ແລະ ເອົາໃຈໃສ່ເປັນພິເສດສະເພາະໃບກິດຈະກຳກັບຄໍາອະທິບາຍ. ສໍາລັບການສຶກສາຄັ້ງຕໍ່ໄປຄວນລົງເລິກເປັນບຸກຄົນດ້ວຍການໃຫ້ເຂົາເຈົ້າແກ້ບົດເລກ ພ້ອມທັງຂຽນຄໍາອະທິບາຍໃສ່ໃບກິດຈະກຳຂອງໃຜລາວໂດຍທີ່ບໍ່ໃຫ້ເຂົາເຈົ້າກ່າຍກັນ. ເຊິ່ງຄໍາຖາມສໍາລັບການສຶກສາອາດຖາມວ່າ ແນວຄວາມຄິດດ້ານຄະນິດສາດຂອງນັກສຶກສາແຕ່ລະຄົນກ່ຽວກັບການບວກເລກສ່ວນທີ່ມີພຸດຕິກັນ ແລະ ຕ່າງກັນ ມີຄວາມແຕກຕ່າງກັນແນວໃດ? ຫຼື ຜູ້ສຶກສາອາດສຶກສາວ່າ ຄວາມຮູ້ກ່ຽວກັບເລກສ່ວນຂອງນັກສຶກສາຄູຢູ່ໃນລະດັບໃດ? ນອກນັ້ນ ແນະນຳໃຊ້ກັບກຸ່ມຕົວຢ່າງຂະໜາດໃຫຍ່ຂຶ້ນ ພ້ອມກັບປຽບທຽບກັບສະຖາບັນອື່ນ.

8. ຂໍ້ຈຳກັດຂອງການຄົ້ນຄວ້າ

ການສຶກສາການສອນຄັ້ງນີ້ຍັງບໍ່ທັນກວມຂຶ້ນມູນການສຳພາດ, ແນວຄວາມຄິດຂອງກຸ່ມອາດປົດປັ້ງແນວຄວາມຄິດຂອງບຸກຄົນ. ຍັງມີຫຼາຍແນວຄວາມຄິດດ້ານຄະນິດສາດໃນລັກສະນະເປັນບຸກຄົນທີ່ຄະນະສຶກສາການສອນບໍ່ສາມາດເກັບກຳໄດ້ໝົດ. ກິດຈະກຳການສອນບໍ່ໄດ້ໃຊ້ວັດຖຸຈິງ ແຕ່ເປັນພຽງຮູບພາບເທົ່ານັ້ນ ເຊິ່ງອາດສ້າງຄວາມຫຍຸ້ງຍາກໃຫ້ນັກສຶກສາບໍ່ສາມາດສໍານຶກ ແລະ ເຂົ້າໃຈມະໂນພາບຂອງເລກສ່ວນຢ່າງເລິກເຊິ່ງໄດ້.

9. ເອກະສານອ້າງອີງ

ຂວັນ ເພຍຊ້າຍ ແລະ ພິນຍາພັນ ຮ່ວມຊາດ. (2011). ການໃຫ້ເຫດຜົນເຊິ່ງສັດສ່ວນ. ເຂົ້າວັນທີ 10/6/2024 ຈາກ

<http://ejournals.swu.ac.th/index.php/JSTEL/article/viewFile/3884/3857>.

ກະຊວງສຶກສາທິການ ແລະ ກິລາ. (2020). *ຄູ່ມືຄະນິດສາດຊັ້ນປະຖົມສຶກສາປີທີ 2*. ນະຄອນຫຼວງວຽງ ຈັນ: ບໍລິສັດວິສາ ຫະກິດ ໂຮງພິມແຫ່ງລັດ.

ລັກສະນາ ຕົ້ນຈັນ, ນະລິມົນ ຊ່າງສີ ແລະ ກຽດຕິ ແສງອາລຸນ. (2017). ຄວາມເຂົ້າໃຈເລື່ອງເລກສ່ວນຂອງ ນັກຮຽນໃນຊັ້ນ ຮຽນຄະ ນິດສາດທີ່ໃຊ້ການສຶກສາຊັ້ນຮຽນ ແລະ ວິທີການແບບເປີດ. The second Annual Meeting in Mathematics.

Chiangmai University, Chiangmai, Thailand.

Adu-Gyamfi, K., Schwartz, C. S., Sinicrope, R., & Bossé, M. J. (2019). Making sense of fraction division: domain and representation knowledge of preservice elementary teachers on a fraction division task. *Mathematics Education Research Journal*, 31(4), 507-528.

Baroody, A. J. (1992). The development of preschoolers' counting skills and principles. In J. Bideaud, C. Meljac, & J.-P. Fischer (Eds.), *Pathways to number* (pp. 99-126). Hillsdale, NJ: LEA.

Burgos, M., & Godino, J. D. (2020). Prospective primary school teachers' competence for analysing the difficulties in solving proportionality problem. *Mathematics Education Research Journal*, 1-23.

Chinnappan, M. (2000). Preservice teachers' understanding and representation of fractions in a JavaBars environment. *Mathematics Education Research Journal*, 12(3), 234-253.

Chinnappan, M., & Forrester, T. (2014). Generating procedural and conceptual knowledge of fractions by pre-service teachers. *Mathematics Education Research Journal*, 26(4), 871-896.

Getenet, S., & Callingham, R. (2021). Teaching interrelated concepts of fraction for understanding and teacher's pedagogical content knowledge. *Mathematics Education Research Journal*, 33(2), 201-221.

Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. In J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (pp. 1-27). Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.

Howard, A. C. (1991). Addition of Fractions—The Unrecognized Problem. *The Mathematics Teacher*, 84(9), 710-713.

Johar, R., Patahuddin, S. M., & Widjaja, W. (2017). Linking pre-service teachers' questioning and students' strategies in solving contextual problems: A case study in Indonesia and the Netherlands. *The Mathematics Enthusiast*, 14(1), 101-128.

Lamon, S. (2007). Rational numbers and proportional reasoning: Toward a theoretical framework for research. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 629 – 667). Charlotte, NC: Information Age.

Lestiana, H. T., Rejeki, S., & Setyawan, F. (2017). Identifying Students' Errors on Fractions. *JRAMathEdu (Journal of Research and Advances in Mathematics Education)*, 1(2), 131-139.

Lovin, L. H., Stevens, A. L., Siegfried, J., Wilkins, J. L., & Norton, A. (2018). Pre-K-8 prospective teachers' understanding of fractions: An extension of fractions schemes and operations research. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 21(3), 207-235.

Merriam, S. B. (2009). *Qualitative research: A guide to design and implementation*. Jossey-Bass.

Peck, D. M., & Jencks, S. M. (1981). Conceptual issues in the teaching and learning of fractions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 12, 339-348.

Rayner, V., Pitsolantis, N., & Osana, H. (2009). Mathematics anxiety in preservice teachers: Its relationship to their conceptual and procedural knowledge of fractions. *Mathematics Education Research Journal*, 21(3), 60-85.

Siegler, R. S., Fazio, L. K., Bailey, D. H., & Zhou, X. (2013). Fractions: The new frontier for theories of numerical development. *Trends in cognitive sciences*, 17(1), 13-19.

Shaughnessy, M., DeFino, R., Pfaff, E., & Blunk, M. (2020). I think I made a mistake: How do prospective teachers elicit the thinking of a student who has made a mistake? *Journal of Mathematics Teacher Education*, 1-25.

Skemp, R. R. (1976). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *The Arithmetic Teacher*. <https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004>

- Toluk-Uçar, Z. (2009). Developing pre-service teachers understanding of fractions through problem posing. *Teaching and Teacher Education*, 25(1), 166-175.
- Ubah, I. J., & Bansilal, S. (2018). Pre-service primary Mathematics teachers' understanding of fractions: An action-process-object-schema perspective. *South African Journal of Childhood Education*, 8(2), 1-12.
- Vinner, S., Hershkowitz, R., & Bruckheimer, M. (1981). Some cognitive factors as causes of mistakes in the addition of fractions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 12(1), 70-76.